سلسلة استعد للبكالوريا رقم (07)

المستوى : ثالثة ثانوي
الشعبـــــة :علوم تجريبية + رياضيات و تقني رياضي

المحور: الدوال الأسية واللوغاريتمية

الجزء الثاني: الدوال اللوغاريتمية

التمرين (01) عيّن مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\ln(x^2+2x-3)$ 2) $f(x)=\ln(x+2)^2$

3) $f(x)=\ln|x+1|$ 4) $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$

5) $f(x)=\ln\left|\frac{x+2}{x-1}\right|$ 6) $f(x)=\ln(x+2)-\ln(x-1)$

7) $f(x)=\ln|x+1|-\ln|x|$ 8) $f(x)=\ln(-2x+3)$

التمرين (02) عيّن مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=\frac{x}{\ln x-1}$ 2) $f(x)=\ln(\ln(x))$

3) $f(x)=\frac{\ln(x+2)}{\ln(x)-2}$ 4) $f(x)=\sqrt{\ln(x)}$

5) $f(x)=\sqrt{1-(\ln x)^2}$ 6) $f(x)=\sqrt{1+\ln(x)}$

التمرين (03) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1) $\ln(3-x)-\ln\sqrt{x+1}=\frac{1}{2}\ln(2x)$

2) $\ln(4x-10)+\ln(2x-2)^2-2\ln(4x-4)=0$

3) $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2+3(\ln x)=0$

التمرين (04) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

1) $\ln x \prec 1$ ، **2)** $\ln 2x \succ -1$ ، **3)** $\ln(2x+3)\prec 4$

4) $\ln(x-2)^2\geq 0$ ، **5)** $\ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)\leq 0$ ، **6)** $2\ln(x-1)+3\geq 0$

التمرين (05) بسط ما يلي :

- $A = \ln e^3 - \ln e^2$
- $B = \ln\left(e\sqrt{e}\right)$
- $C = \ln 2 + \ln(8e) - \ln\left(4e^2\right)$
- $D = \ln\left(\frac{1}{e}\right)^2 - \ln^2\left(\frac{1}{e}\right)$

التمرين (06) ادرس إشارة العبارات الجبرية التالية :

1) $2\ln x - 1$ ، 2) $\ln^2 x - \ln x - 6 \prec 0$ ، 3) $(\ln x - 1)\ln x$

4) $\dfrac{2-\ln x}{1+\ln x}$ ، 5) $3 + 2\ln x$ ، 6) $2x\ln(1-x)$

التمرين (07) حل في $\mathbb{R}^2$ الجمل التالية :

1) $\begin{cases} x^2 + 2y = 16 \\ \ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = -\ln 3 \end{cases}$ ، 2) $\begin{cases} \ln x + \ln y = \ln\sqrt{3} - 2\ln 2 \\ 2(x+y) = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x.y = 4 \\ (\ln x)^2 + (\ln y)^2 = \dfrac{5}{2}(\ln 2)^2 \end{cases}$ ، 4) $\begin{cases} x + y = 19 \\ \ln x + \ln y = 2\ln 2 + \ln 15 \end{cases}$

التمرين (08) احسب النهـــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x - \ln x)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(2x+1)}{x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+2)}{\ln x}$

4) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\dfrac{3}{x} + 5\ln x$ ، 5) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\sqrt{x}.\ln x$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x^2+x+1)}{x}$ ، 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x + 2 - \ln(x+1)^2\right]$ ، 9) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

التمرين (09) احسب النهـــــــــايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x - 2\ln x}{x + \ln x}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2 - 2}{x\ln x}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x-x^2)}{x}$

4) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sqrt{x}}$ ، 5) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1}\dfrac{1}{x+1} + \ln(x+1)$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

التمرين (10) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بــــ

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$$

– أثبت أن الدالة f فردية .

التمرين (11) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني C_f

3) بيّن أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$

4) ارسم المنحني C_f.

التمرين (12) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ:

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x-2$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع المحورين الإحداثيين .

3) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني C_f

4) ارسم المنحني C_f.

التمرين (13) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\frac{1+\ln(x^2)}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس شفعية الدالة f

2) ادرس تغيرات الدالة f في المجال $]0;+\infty[$

3) اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني C_f.

4) عيّن احداثيات نقط تقاطع المنحني C_f مع محاور الإحداثيات ثم ارسم المنحني C_f

التمرين (14) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــــة بـــ

$$f(x)=x+2+\ln\left|\frac{x}{x+2}\right|$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f

2) اثبت أن المنحني الممثل C_f لها يقبل مستقيما مقاربا (Δ) مائلا يطلب إعطاء معادلته.

3) عيّن النقطة ω تقاطع المنحني C_f مع المستقيم (Δ) و أثبت أنها مركز تناظر للمنحني C_f.

4) احسب : $f(-3)$ و $f\left(-\frac{5}{2}\right)$ و $f(-4)$ ثم ارسم المنحني C_f .

التمرين (15) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفـــة بـــ :

$$f(x)=\frac{1}{x+1}+\ln(x+1)$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و ادرس الفروع اللانهائية للمنحني C_f

2) بيّن أن المنحني C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

3) ارسم المنحني C_f

التمرين (16) 1/ لتكن الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=1-x^2-\ln x$

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x في المجال $]0;+\infty[$

2/ لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $f(x)=3-x+\frac{\ln x}{x}$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) ادرس تغيرات الدالة f

ب) أثبت أن المنحني C_f يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته

ج) ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (Δ).

د) بيّن أن المنحني C_f يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1 حيث :

$\frac{1}{4}\prec x_0\prec 1$ و $3\prec x_1\prec 4$ ثم ارسم المنحني C_f

---

التمرين (17) لتكن الدالة العددية g المعرفة كما يلي: $f(x)=1+(\ln x)^2$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و حدّد طبيعة الفروع اللانهائية .

2) أثبت أن المنحني C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب ω يطلب تعيينها.

3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني C_f في النقطة ذات الفاصلة $x_0=e$

4) ارسم (Δ) و C_f.

التمرين (18) f الدالة العددية : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x+1|$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

2) برهن أنه توجد نقطتا انعطاف للمنحني C_f يطلب تعيين إحداثيي كل منهما.

3) جد معادلة كل من المماسين للمنحني C_f عند نقطتي الانعطاف

4) أنشئ هذين المماسين ثم أنشئ المنحني C_f .

التمرين (19) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي :

$$f(x)=x-2+\ln(x-1)$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(الوحدة : $\frac{1}{2}cm$)

1/ ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f

2/ احسب $f(2)$ واستنتج إشارة $f(x)$

3/ جد معادلة للمماس (Δ) للمنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 2

4/ احسب احداثيي A نقطة تقاطع C_f مع المستقيم (D) الذي معادلته : $y=x$.

5/ أنشئ (Δ) و C_f .

6/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=2x+m$

التمرين (20) **1**– لتكن φ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـــ:

$$\varphi(x)=x^2-4x+3+6\ln|x-2|$$

أ- احسب $\varphi(1)$ و $\varphi(3)$

ب-ادرس تغيرات الدالة φ و استنتج إشارة $\varphi(x)$

2- لتكن الدالة f النعرفة كما يلي : $f(x)=x+2-\dfrac{5}{x-2}-\dfrac{6\ln|x-2|}{x-2}$

أ- بيّن أن : $f'(x)=\dfrac{\varphi(x)}{(x-2)^2}$

ب- استنتج تغيرات الدالة f.

ليكن (Γ) المنحني البياني للدالة f في مستو منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

جـــ- ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (Γ).

د- احسب $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(4)$ ، $f(-4)$ بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$.

3- تحقق أن النقطة $\omega(2;4)$ مركز تناظر للمنحني (Γ) ثم ارسم المنحني (Γ).

التمرين (21) f الدالة العددية : $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}-2\ln x$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني C_f.

2/ أنشئ المنحني C_f .

3/ استنتج إنشاء (Γ) المنحني الممثل للدالة g المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{x^2-1}{|x|}-\ln x^2$

التمرين (22) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة كما يلي :

$$f(x)=x+\ln\left|e^{x}-2\right|$$

وليكن C_f منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1/ ادرس تغيرات الدالة f

2/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من مجموعة تعريف الدالة f ، يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=2x+\ln\left|1-2e^{-x}\right|$

3/ بيّن أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') معادلتهما على التوالي :

$$y=2x \quad ، \quad y=x+\ln 2$$

4/ عيّن نقاط تقاطع C_f مع محور الفواصل.

5/ أنشئ المنحني C_f.

التمرين (23) ادرس تغيرات كل دالة من الدوال التالية و الفروع اللانهائية للمنحني الممثل لها ثم ارسم تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ $f(x)=\ln(x-2)^2$ ، **2/** $f(x)=\ln x+(\ln x)^2$ ، **3/** $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}+\ln|x+1|$

4/ $f(x)=\dfrac{1}{x}(1+\ln x)$ ، **5/** $f(x)=\dfrac{x+3+2\ln(x+1)}{x+1}$ ، **6/** $f(x)=\dfrac{1}{x^2}+\ln|x|$

7/ $f(x)=x^2-3x+\dfrac{5}{2}\ln|2x+3|$ ، **8/** $f(x)=\ln(x^2-2x+2)$

9/ $f(x)=\ln\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|$ ، **10/** $f(x)=-2x+\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ ، **11/** $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

12/ $f(x)=x^2-2x-\ln(x-1)^2$ ، **13/** $f(x)=\ln\dfrac{1}{2}\left(e^{x}-2\right)^2$

التمرين (24) I− نعتبر العدد الطبيعي n حيث : $n=2^{1234}$

أ) عيّن بإستعمال حاسبة الجزء الصحيح للعدد $\log n$.

ب) استنتج الحصر التالي : $10^{371}\le n \prec 10^{372}$ ثم حدد عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد n

II−1 . ما قيمة pH محلول يحتوي على $5\times10^{-8}\ moles$ من شوارد H^+ في اللتر الواحد ؟

2. ما هو التركيز المولي بشوارد H^+ لمحلول متعادل $(pH=7)$ ؟

III− حل في $\mathbb{R}$ ما يلي : $\log(x)=5$ ، $\log(x)=-3$ ، $\log(x)\ge 0.1$ ، $\log(x)\prec\log(1-x)$

التمرين (25) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية عددية حدودها موجبة معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = e^2 \\ (u_{n+1})^2 . e = u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة كما يلي : $v_n = \dfrac{1+\ln u_n}{2}$

1/ أثبت أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2/ اكتب v_n ثم u_n بدلالة n . 3/ ادرس تقارب المتتالية (u_n)

4/ احسب المجموع S بدلالة n حيث : $S = u_1 + u_2 + ... + u_n$

5/ ما هي طبيعة المتتالية (t_n) حيث : $t_n = \ln u_n$

التمرين (26) **1–** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :

$$\ln u_1 + \ln u_5 = -12 \quad \text{و} \quad \ln u_2 - \ln u_4 = 4$$

– عيّن أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها u_0 . احسب u_n بدلالة n

– نسمي S_n المجموع : $u_0 + u_1 + ... + u_n$. احسب S_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

2– $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

– بيّن أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

– نسمي T_n المجموع : $v_0 + v_1 + ... + v_n$. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $T_n{}^2 = 2^{30}$

التمرين (27) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\begin{cases} u_3 - u_1 = 3\ln 2 \\ u_1 u_2 u_3 = 8(\ln 2)^3 \end{cases}$

1/ عيّن u_2 ثم u_1 و u_3 ثم الأساس r لهذه المتتالية .

2/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$

3/ عيّن n بحيث : $S_n = 31.\ln 2$

التمرين (28) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. بالنسبة لكل دالة من الدوال التالية اشرح كيف يتم الحصول على منحنيها البياني (C) انطلاقا من التمثيل البياني (Γ) للدالة اللوغاريتمية النيبيرية ثم أرسم (C).

أ) $f(x) = 1 + \ln x$ ب) $g(x) = -\ln x$

جـ) $h(x) = \ln(x+2)$ د) $k(x) = 1 + \ln(x-1)$

2. نعتبر الدالتين φ و ψ المعرفتين على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $\varphi(x) = \ln(|x|)$ و $\psi(x) = |\ln(|x|)|$

نرمز إلى منحنييهما البيانيين على التوالي بـ (C_φ) و (C_ψ).

- بين أن المنحني (C_φ) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب ثم أرسمه.
- أرسم المنحني (C_ψ) انطلاقا من المنحني (C_φ).

مسألة (01) 1. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x^2+3-2\ln x$$

أ) ادرس اتجاه تغييرات الدالة g.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2-1}{2x}$$

C تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ليكن D المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f.

هـ) أنشئ المستقيم D و المنحنى C الممثل للدالة f.

مسألة (02) المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ متعامد ومتجانس.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+1-\ln x$

ادرس تغيرات الدالة g. بين أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب، استنتج إشارة $g(x)$.

2. لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{\ln x}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f، عين نهايتي f عند 0 و عند $+\infty$.

ج) بين أن المستقيم d الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f.
عين النقطة التي يقطع عندها المستقيم d المنحنى (C_f).
د) أنشئ المنحنى (C_f).

مسألة (03) الدالة العددية f معرفة على المجال I حيث $I=]-2;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=1+x\ln(x+2)$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ من أجل كلّ عدد من I.
ب) عيّن إشارة $f''(x)$ ثمّ استنتج وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $[-0,6;-0,5]$
بحيث $f'(\alpha)=0$.
2. أدرس تغيّرات الدالة f .
3. بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{\alpha+2-\alpha^2}{\alpha+2}$ ثمّ استنتج حصرا لــ $f(\alpha)$.
4. M_0 نقطة من (C) فاصلتها x_0 و (T_{x_0}) المماس للمنحني (C) في M_0.
أ) بيّن أنّ (T_{x_0}) يمرّ بالمبدأ O إذا وفقط إذا كان $f(x_0)=x_0f'(x_0)$.
ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمرّان بالمبدأ O. عيّن العددين a و b.
5. أرسم المماسين (T_a) و (T_b) ثمّ المنحني (C).

مسألة (04) : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=3\ln x-(\ln x)^2$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- بيّن أن المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب لــ (C).
2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3- احسب $f'(x)$ ، حيث f' الدالة المشتقة للدالة f .
4- حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $3-2\ln x=0$ ثم المتراجحة $3-2\ln x\succ 0$
مستنتجا إشارة $f'(x)$.
5- اكتب جدول تغيرات الدالة f .
6- حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا.
أنشئ المنحني (C).

مسألة (05) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}+\ln\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1- ادرس تغيرات الدالة f

2- بيّن أن (C) يقبل عند نقطتين منه A و B مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، عيّن عندئذ إحداثيات نقطتي التماس A و B .

3- بيّن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث $x_0\in\left]\dfrac{13}{4};\dfrac{7}{2}\right[$

4- احسب $f(2)$ ، $f(-5)$ ، $f(-3)$ ثم أنشئ (C)

5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $(x+2)\ln\left(\dfrac{x}{x+2}\right)-mx-2m-3=0$

مسألة (06) **الجزء الأول** :نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\ln(x)$

1- ادرس تغيرات الدالة g.   2- استنتج أنه لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$ فإن : $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$.

الجزء الثاني : f **الدالة العددية** : $x\to f(x)=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\ln x}{x}$

(δ) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أثبت أنه لكل $x\in\mathbb{R}_+^*$ فإن : $f'(x)=\dfrac{1+g(x)}{x^2}$

2) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني (δ)

3) ادرس وضعية المنحني (δ) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

4) أثبت أن المنحني (δ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

5) (Δ) هو مماس للمنحني (δ) في النقطة ذات الفاصلة x_0 ، عيّن x_0 إذا كان ميل (Δ) هو $\dfrac{1}{2}$ ثم اكتب معادلة (Δ)

6) أثبت أن المنحني (δ) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_1 حيث : $\dfrac{1}{2}\prec x_1\prec 1$

7) أنشئ (Δ) و (δ) (تؤخذ $2cm$ وحدة للطول)

8) ناقش بيانيا وحسي قيم الوسيط m وجود وعدد حلول المعادلة : $f(x)=\dfrac{1}{2}x+m$

مسألة (07) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{3}{x}-x+4.\ln x$

(δ) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني (δ).

2) احسب : $f(5)$ و $f(9)$ و $f(10)$ وتحقق أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا محصورا بين 9 و 10

3) أثبت أن المنحني (δ) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة المماس في هذه النقطة

4) برهن على أنه يوجد مماسان للمنحني (δ) معامل توجيه كل منهما $\frac{1}{4}$

5) ارسم المنحني (δ)

6) نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\frac{3-x^2}{|x|}+2\ln x^2$

أ) أثبت أن الدالة g زوجية

ب) ارسم المنحني (C_g) الممثل للدالة g انطلاقا من رسم المنحني (δ).

مسألة (08) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x)=(x+2)-2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

I) **1**− ادرس تغيرات الدالة f و الفروع اللانهائية للمنحني (C_f)

2− بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه (-3) .اكتب معادلة لـــ (Δ)

3− احسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=x$

4− **احسب** $f(-1)$ **و** $f(0)$. ارسم المماس (Δ) و المنحني (C_f).

5− ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m وجود وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي : $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1−أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x **يختلف عن** $\left(\frac{-1}{2}\right)$ **يكون لدينا :**

$$-1-x\neq-\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad g(-1-x)=g(x)$$

2−استنتج أن (Γ) المنحني الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته

3−أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.

4−استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) . ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق

مسألة (09) .**I** f و g دالتان معرفتان على $[0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2} \text{ و } f(x)=\ln(1+x)-x$$

1. ادرس تغيرات كل من f و g على $[0;+\infty[$.

2. استنتج أنه من أجل كل $x\geq 0$: $x-\frac{x^2}{2}\leq \ln(1+x)\leq x$

.**II** نريد دراسة المتتالية (u_n) للأعداد الحقيقية المعرفة كما يلي: $u_1=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n>0$ من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$:

$$\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$$

3. نضع $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots.+\frac{1}{2^n}$ و $T_n=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots.+\frac{1}{4^n}$

باستعمال الجزء I ، بين أن: $S_n-\frac{1}{2}T_n\leq \ln u_n\leq S_n$

4. احسب S_n و T_n بدلالة n. استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$

5. أ- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ب- استنتج أن (u_n) متقاربة ، لتكن ℓ نهايتها.

جـ- نقبل النتيجة التالية: " إذا كانت متتاليتان (v_n) و (w_n) متقاربتان حيث $v_n\leq w_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n\leq \lim\limits_{n\to+\infty}w_n$ "

د- بين إذن أن: $\frac{5}{6}\leq \ln\ell\leq 1$. استنتج حصرا لـ ℓ.

مسألة (10) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x)=-x+\frac{\ln x}{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيينهما

2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

3) نعتبر الدالة φ المعرفة كما يلي : $\varphi(x)=-x^2+1-\ln x$

أ) ادرس تغيرات الدالة φ.   ب) احسب $\varphi(1)$ ثم استنتج إشارة $\varphi(x)$

4) ادرس تغيرات الدالة f

5) ارسم المنحنى (C_f)

مسألة (11) **I-** نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=xe^{-x}$

1- ادرس تغيرات الدالة g .   2- استنتج أنه لكل $x\in[0;+\infty[$ فإن : $g(x)\prec 1$

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=e^{-x}+\ln x$

1-احسب : $\lim\limits_{x \xrightarrow{\succ} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2-احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس طبيعة هذا الفرع اللانهائي

3-بيّن أن : $f'(x)=\dfrac{1-g(x)}{x}$

4- شكل جدول تغيرات الدالة f

5-بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $]0.5;0.6[$

6-ارسم المنحني C الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

مسألة (12) m عدد حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f_m(x)=\dfrac{x^2-1}{2}-m\ln x$ ، C_m تمثيلها البياني

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x)$.   ب) حسب قيم الوسيط m ، احسب نهاية f_m عند 0

2- عيّن الدالة المشتقة للدالة f_m .

أعط حسب قيم m ، مختلف جداول التغيرات الممكنة

3- لتكن $M_0(x_0,y_0)$ نقطة من المستوي بحيث : $x_0\succ 0$ و $x_0\neq 1$

أ) برهن أنه يمر منحني وحيد C_m بالنقطة M_0.

ب) بيّن أنه توجد نقطة وحيدة A تنتمي إلى كل المنحنيات C_m.

4- ارسم C_0 ، C_4 ، C_{-1} في نفس المعلم

مسألة (13) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\ln\left(e^{2x}-e^{x}+1\right)$

(C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس

1. أ- ادرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
   ب-عين الدالة المشتقة للدالة f .
   ج-ادرس إشارة $f'(x)$.استنتج تغيرات f .
2. أ- بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.
   ب- ارسم المستقيم D والمنحني (C).
3. k عدد حقيقي موجب تماما
   ناقش حسب قيم k عدد حلول المعادلة $e^{2x}-e^{x}+1-k=0$
   أ) بالحساب.   ب) باستعمال تغيرات الدالة f.

مسألة (14) f دالة عددية معرفة على $]-\infty;3[$ كما يلي: $f(x)=-40\ln\left(1-\frac{x}{3}\right)-10x$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة: $1cm$).

الجزء الأول:

1. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا ظاهرا.
2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty;3[$.
3. احسب $f(-1)$ و $f(3-3e)$. تعطى في كل حالة النتيجة المضبوطة ثم بتقريب $\frac{1}{10}$.
4. أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا، وحلا وحيدا α في المجال $[3-3e;-1]$ (لا يطلب حساب α).

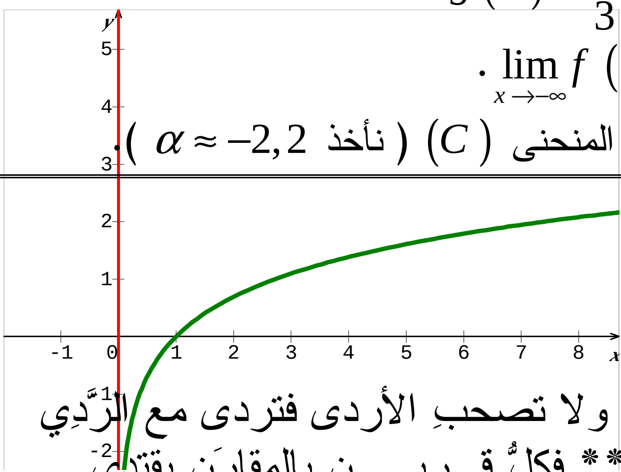
ب) بين أن $\ln\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)=-\frac{\alpha}{4}$.   ج) اعط قيمة للعدد α بتقريب $\frac{1}{10}$.

الجزء الثاني: 1. أوجد $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

2. نعرف على $]-\infty;3[$ الدالة g كما يلي: $g(x)=\frac{f(x)}{3-x}$.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=10$. ب) استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3. ارسم المماس T في النقطة التي فاصلتها 0 ثم المنحنى (C) (نأخذ $\alpha\approx-2{,}2$).



الهدية **اخترت لك:**

إذا كنتَ في قومٍ فصاحِب خِيارَهم *** ولا تصحبِ الأردى فتردى مع الرَّدِي

عن المرءِ لا تَسَلْ وسَلْ عن قرينهِ *** فكلُّ قـــريـــــنِ بالمقارَنِ يقتدِي

أثبتت الابحاث الحديثة أن درجة الحفظ تكون عالية في الأيام الأولى للتعلم وسرعان ما تضعف إذا لم يتم تأكيدها بالمراجعة والتكرار

ـ ثبت ان الحفظ على ظهر قلبأي بدون فهم حقيقي يكون أكثر عرضة للنسيان في الحفظ للمادة المفهومة فلاشك أنه من السهل أن يحفظ الطالب جملة مفيدة مفهومة في لغته الأصلية بعكس الحال عندما يحاول تعلم جملة أخرى لا تزيد عنها في الكلمات والحروف ولكنها من لغة أجنبية مجهولة

ـ أيضاً ثبت أن لفهم القصيدة الشعرية دوراً كبيراً في تسهيل حفظها

ـ ومن المهم التمرين على التطبيق لما تم حفظه لتثبيته فعلاً مثلاً يستطيع الطالب أن يحفظ معاني ألف كلمة إنجليزية لكن إذا لم يتمرن على استخدامها فعلياً فتقل درجة حفظه لهذه الكلمات تدريجاً