التمرين 1 : احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات التعريف D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير :

$\lim_{u\to 0}\ln u=-\infty$ $\lim_{u\to 0}u^n\ln u=0$	$\lim_{u\to +\infty}\ln u=+\infty$ $\lim_{u\to +\infty}\frac{\ln u}{u^n}=0$	$\lim_{u\to 1}\frac{\ln u}{u-1}=1$ $\lim_{u\to 0}\frac{\ln(u+1)}{u}=1$

n عدد طبيعي

1) $f(x)=-x^2+x+\ln x$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=x(\ln x-1)$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ ، $D_f=]-1\,;\,+\infty[$

التمرين 2 : ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على D_f في كل حالة من الحالات الآتية :

تذكير : $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$

1) $f(x)=1+x-x\ln x$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

2) $f(x)=\frac{x+3+3\ln x}{x}$ ، $D_f=]0\,;\,+\infty[$

3) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ ، $D_f=]-1\,;\,+\infty[$

التمرين 3 : (Bac Métropole Juin 2009)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-x^2-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x+2+\frac{\ln x}{x}$.

نسمي (c) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- احسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

ب- بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x+2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند $+\infty$.

جـ- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D) .

2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

3) أ- عيّن إحداثيي النقطة A من (c) بحيث يكون المماس عندها يوازي (D) .

ب- اكتب معادلة (T) مماس المنحني (c) عند النقطة ذات الفاصلة e .

4) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.4<\alpha<0.5$.

5) ارسم (T) ، (D) و (c) .

التمرين 4 : (بكالوريا 2012 تقني رياضي)

I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$g(x)=x^2+a+b\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان .

1) عيّن a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4 .

2) نضع $a=-2$ و $b=2$.
أ- ادرس تغيّرات الدالة g .
ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-2-\dfrac{2\ln x}{x}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2\,cm$) .
1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
ب- احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.
جـ- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=x-2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
ب- بيّن أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له .
جـ- نأخذ $\alpha=1.25$. بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث :
$0.6<x_1<0.7$ و $2.7<x_2<2.8$ ، ثم ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .
3) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(m+2)x+2\ln x=0$

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : علوم تجريبية)

I) g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$
1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيّراتها .
2) استنتج أنه ، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$.
(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2\,cm$) .
1) أ- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا .
ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2) أ- بيّن أنه ، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$.
ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .
جـ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثم تحقق أن : $0<\alpha<0.5$.
3) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (c_f) عند $+\infty$.
ب- ادرس وضعية المنحني (c_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة $y=x+\dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحني (c_f) في نقطة فاصلتها x_0 .
أ- احسب x_0 .
ب- ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحني (c_f) .
جـ- عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين .