التمرين 1 :

1) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $1^{2013}+2^{2013}+3^{2013}+4^{2013}$ يقبل القسمة على 5 .

2) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $16\times 7^{2n} - 28\times 3^{2n+3}$ يقبل القسمة على 5 .

3) أثبت ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{2n+3}+2^{n+3}$ يقبل القسمة على 7 .

التمرين 2 : (بكالوريا 2012 . الشعبة : تقني رياضي)

1) ادرس ، حسب قيّم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 9^n على 11 .

2) ما هو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 .

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $4\times 9^{15n+1}+4\times 2011^{10n}+2011^{2012}$ يقبل القسمة على 11

4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد $2011^{2012}+2n+2$ مضاعفا للعدد 11 .

التمرين 3 :

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x-5y=2$.

أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4[11]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم . نضع : $a=5n+2$ وَ $b=11n+4$.

أ- عيّن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب- عيّن قيم n بحيث يكون $PGCD(a\,;b)=2$ ، ثم استنتج قيم n بحيث يكون a و b أوليين فيما بينهما .

3) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 10 .

ب- استنتج رقم آحاد العدد 2^{2014} .

جـ- عيّن الثنائيات $(x\,;y)$ من $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) وتحقق : $2^{y-2x}\equiv 8[10]$.

التمرين 4 :

1) نعتبر ، في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ ، المعادلة (E) : $7x+18y=9$.

أ- أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y\equiv 4\,[7]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

جـ- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ الجملة : $\begin{cases} n\equiv 6[7] \\ n\equiv 15[18] \end{cases}$

2) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب - استنتج باقي قسمة كل من العددين 2012^{2013} و $2012^{1434^{2013}}$ على 7 .

التمرين 5 : (بكالوريا 2013 . الشعبة : رياضيات)

1) n عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث : $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$

أ- بيّن أن : $PGCD(\alpha\,;\beta)=PGCD(\beta\,;10)$.

ب- ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha\,;\beta)$ ؟

جـ- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون : $PGCD(\alpha\,;\beta)=5$.

2) أ- ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11 .

ب- عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية :

$$\begin{cases} 4^{5n}+4^n+n\equiv 0[11] \\ n\equiv 2[10] \end{cases}$$