ثانوية الشهيد محمد سحنون وادي سلي — السنة الدراسية:2014/2013

المستوى :السنة الثالثة رياضي+تقني ر — أستاذ المادة: مختار تاحي

التمرين 01:

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كل من العددين 2^n و 3^n على 10 .

2) جد رقم آحاد العدد $\left(1982^{494}-2013^{1977}+2011^{512}\right)$.

3) عين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(3\times1962^{n}+2\times2023^{n+4}\right)$ على 10 هو 8 .

4) من أجل أي قيم للعدد الطبيعي n يكون العدد $2\times9^{4n+1}-2012^{4n+3}+2n+2016$ قابلا القسمة على 10 ؟

التمرين02☹

1- عين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $PGCD(a;b)=42$ و $PPCM(a;b)=1680$.

2-عين مجموعة الأعداد الصحيحة x بحيث $8x\equiv7[5]$.

3- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $336x+210y=294$ (يمكن استعمال 2 لإيجاد الحل الخاص) .

التمرين03:

1) أ- n عدد طبيعي ، عين حسب قيم n الطبيعية بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11 .

ب- ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد: $8-4\times69^{10n+6}+7\times58^{20n+13}$ على 11 ؟

2)جد قيم n الطبيعية التي يكون من أجلها العدد: $5+n^2+36^{5n}\times n+14^{5n+3}$ قابلا القسمة على 11 .

3)أ-عين الأعداد الصحيحة β التي تحقق من أجل كل عدد طبيعي n: $80^{3n+2}\times\beta+91^{3n+1}\equiv0[11]$.

ب- ثم استنتج قيم β الصحيحة بحيث: $20\leq|\beta|$.

5) جد كل الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ بحيث: $14^x+25^y\equiv8[11]$.

التمرين 04 :

I – أجب بـــ صحيح أو خاطئ مع التبرير على كل من :

أ- إذا كان: $5x\equiv10[15]$ فإنّ : $x\equiv2[15]$.

ب- العدد $n\left(n^2-1\right)$ مضاعف للعدد 6 .

ج- $n^2-3n+6\equiv0[n+1]$ إذا وفقط إذا كان: $(n+1)\in D_{10}$.

د- إذا كان: N يكتب في النظام العشري $N=\overline{3x53}$ فإنّ: العدد $N+5^{136}$ يقبل القسمة على 7 إذاكان $(x=2)$ أو $(x=9)$.

هــ-المعادلة: $20x+3y=301$ لا تقبل أي حل في $\mathbb{Z}^2$.

و-حلول المعادلة : $24x+35y=9$ في Z^2 هي الثنائيات $(70k-144;99-24k)$ حيث k عدد صحيح.

ي- يوجد نظام تعداد يكتب فيه العدد 2735 على الشكل $\overline{10655}$.

التمرين05 :

1) أ- n عدد طبيعي ، عين حسب قيم n الطبيعية بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 3 .

ب- عين باقي قسمة العدد 40502^{2013} .

2) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $5^{2n}\equiv1[3]$.

ب- عين الأعداد الطبيعية n والتي تحقق: $2^n-5^{2n}\equiv0[3]$.

3) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n وبحيث: $40502^{n}-40525^{n}\equiv 0[3]$.

التمرين06: 1) أ- حلل العدد 2009 إلى جداء عوامل أولية .

ب- عين مجموعة قواسم العدد 2009 . أستاذ المادة: مختار تاحي

2) عين الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 2009 .

3) $b;a$ عددان طبيعيان ، d قاسمهما المشترك الأكبر و m مضاعفهما المشترك الأصغر يحققان الجملة (s) :

$$\begin{cases} m^2+5d^2=2009 \\ 1<d<10 \end{cases}.$$

أ -بيّن أنّ d يقسم العدد 2009 ثم عين d .

ب -جد كل الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ التي تحقق الجملة (s) .

التمرين07 :

$b;a$ عددان صحيحان حيث: $9a-14b=13 \quad \cdots\cdots(1)$.

1) عين $(a_0;b_0)$ حل المعادلة (1) والذي يحقق: $a_0+b_0=4$.

2) حل عندئذ في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) .

3) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $45x-28y=130 \quad \cdots\cdots\cdots(2)$

أ - بيّن أنه إذاكان $(x;y)$ حلا للمعادلة (2) فإنّ: $x\equiv 0[2]$ و $y\equiv 0[5]$.

ب- استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (2) .

4) A عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha 3}$ في نظام تعداد أساسه 9 و $\overline{5\beta\beta 6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .

عين α و β ثم أكتب $(A+9)$ في النظام العشري .

الحل المختصر أستاذ المادة: مختار تاحي

التمرين 01: (04 نقاط)

1) لندرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كل من العددين 2^n و 3^n على 10 .

لدينا: $2^0\equiv 1[10]\ ;2^1\equiv 2[10];2^2\equiv 4[10];2^3\equiv 8[10];2^4\equiv 6[10];2^5\equiv 2[10]$

$2^6\equiv 4[10];2^7\equiv 8[10];2^8\equiv 6[10]$

نلاحظ أنّ هذه البواقي تتكرر ويكون عندئذ من أجل كل $k\in\mathbb{N}^*$ أنّ :

$2^{4k}\equiv 6[10];2^{4k+1}\equiv 2[10];2^{4k+2}\equiv 4[10];2^{4k+3}\equiv 8[10]$.

$3^0\equiv 1[10]\ ;3^1\equiv 3[10];3^2\equiv 9[10];3^3\equiv 7[10];3^4\equiv 1[10]$ إذن هذه البواقي تتكرر دوريا ودورها 4 .

إذن منة أجل كل k لدينا: $3^{4k}\equiv 1[10];3^{4k+1}\equiv 3[10];3^{4k+2}\equiv 9[10];3^{4k+3}\equiv 7[10]$.

2) إيجاد رقم آحاد العدد $\left(1982^{494}-2013^{1977}+2011^{512}\right)$.

لدينا: $1982\equiv 2[10]$ ومنه: $1982^{494}\equiv 2^{494}[10]$ و $2^{494}\equiv 4[10]$ إذن : $\boxed{1982^{494}\equiv 4[10]}$

$2013\equiv 3[10]$ ومنه $2013^{1977}\equiv 3^{1977}[10]$ و $3^{1977}\equiv 3[10]$ إذن: $\boxed{2013^{1977}\equiv 3[10]}$

$2011\equiv 1[10]$ ومنه : $2011^{512}\equiv 1[10]$ $\boxed{2011^{512}\equiv 1[10]}$

وباستخدام خواص الموافقات نجد أنّ: العدد $A=\left(1982^{494}-2013^{1977}+2011^{512}\right)\equiv 4-3+1[10]$

$$A\equiv 2[10]$$

إذن رقم آحاد العدد $\left(1982^{494}-2013^{1977}+2011^{512}\right)$ هو 2 . أستاذ المادة: مختار تاحي

3) تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(3\times1962^{n}+2\times2023^{n+4}\right)$ على 10 هو 8 .

نعلم أنّ: $1962\equiv 2[10];2003\equiv 3[10]$ إذن العدد $\left(3\times1962^{n}+2\times2023^{n+4}\right)\equiv 3\times2^{n}+2\times3^{n+4}[10]$

حتى يكون باقي القسمة الإقليدية للعدد $\left(3\times1962^{n}+2\times2023^{n+4}\right)$ على 10 هو 8 .أي معناه :

$$3\times2^{n}+2\times3^{n+4}\equiv 8[10]\quad\cdots\cdots(I)$$

$n=$	$4\mathbf{p}$	$4\mathbf{p}+\mathbf{1}$	$4\mathbf{p}+\mathbf{2}$	$\boxed{4\mathbf{p}+\mathbf{3}}$	$\mathbf{p}\in\mathbb{N}^*$
$2^{n}\equiv$	6	2	4	8	$[10]$
$3\times2^{n}\equiv$	2	6	2	4	$[10]$
$3^{n+4}\equiv$	1	3	9	7	$[10]$
$2\times3^{n+4}\equiv$	2	6	8	4	$[10]$
$3\times2^{n}+2\times3^{n+4}\equiv$	4	2	0	$\boxed{8}$	$[10]$

$3\times2^{n}+2\times3^{n+4}\equiv 8[10]\quad\cdots\cdots(I)$ إذا وفقط إذاكان : $\boxed{n=4\mathbf{p}+\mathbf{3}\ /\ \mathbf{p}\in\mathbb{N}}$

4) تعيين قيم للعدد الطبيعي n حتى يكون العدد: $2\times9^{4n+1}-2012^{4n+3}+2n+2016$ قابلا القسمة على 10 .

$2\times9^{4n+1}-2012^{4n+3}+2n+2016\equiv 2\times(-1)^{4n+1}-2^{4n+3}+2n+6[10]$ أي معناه

$2\times(-1)^{4n+1}-2^{4n+3}+2n+6\equiv 0[10]$ أي : $-2-8+2n+6\equiv 0[10]$ أي $2n-4\equiv 0[10]$ أي

$2n\equiv 4[10]$ أي $n\equiv 2[5]$ لأنّ العددين 2 و 10 غير أوليين بينهما. وعليه تكون : $\boxed{n=2+5k\ \ /\ k\in\mathbb{N}}$.

التمرين02☹04 نقاط)

1- تعيين كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث: $PGCD(a;b)=42$ و $PPCM\,(a;b)=1680$.

لدينا: $PGCD(a;b)=42$ تعني أنّه يوجد عددان طبيعيان a' و b' أوليان فيما بينهما حيث $a=42a';b=42b'$

و $PGCD(a';b')=1$ ونعلم أنّ: $\boxed{\mathbf{p}\,gcd\,(a,b)\times\mathbf{pp}cm(a;b)=a\times b}$ أي $\mathbf{pp}cm(a;b)=42\times a'\times b'$

ومنه: $a'\times b'=\dfrac{1680}{42}=40$ و $PGCD(a';b')=1$.

أستاذ المادة: مختار تاحي

ومنه مجموعة الثنائيات$(a;b)$ من الأعداد الطبيعية هي :

$S=\{(42;1680);(1680;42);(210;336);(336;210)\}$أو نكتب:

. $(a;b)\in\{(42;1680);(1680;42);(210;336);(336;210)\}$

a'	b'	a	b
1	40	42	1680
40	1	1680	42
5	8	210	336
8	5	336	210

2−عين مجموعة الأعداد الصحيحةx بحيث $8x\equiv 7[5]$.

$8x\equiv 7[5]$ معناه $3x\equiv 2[5]$ معناه $6x\equiv 4[5]$ معناه $x\equiv 4[5]$ أي $\boxed{x=4+5k\ \ /\ k\in\mathbb{Z}}$

** ط2: $8x\equiv 7[5]$ معناه$3x\equiv -3[5]$ معناه$x\equiv -1[5]$ معناه $x\equiv 4[5]$

** ط3 : باستخدام الجدول التالي:

$x\equiv$	0	1	2	3	$\boxed{4}$	$[5]$
$3x\equiv$	0	3	1	4	$\boxed{2}$	$[5]$

$3x\equiv 2[5]$ يكافئ $x\equiv 4[5]$ أي معناه: $\boxed{x=4+5k\ \ /\ k\in\mathbb{Z}}$.

3− حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $336x+210y=294$ (يمكن استعمال 2 لإيجاد الحل الخاص) .

(لدينا : $pgcd(336;210)=42$ ولدينا $42/294$ وعليه تكون المعادلة مكافئة للمعادلة $8x+5y=7$

وباستخدام السؤال2 نجد أنّ: $8x\equiv 7[5]$ أي أنّ: $x=4+5k\ /\ k\in\mathbb{Z}$. وبالتعويض في المعادلة $8x+5y=7$

نجد: $8(4+5k)+5y=7$ أي $y=-5+8k$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

مجموعة حلول المعادلة $336x+210y=294$ في $\mathbb{Z}^2$ هي : $S=\{(4+5k;-5-8k)\ \ /\ k\in\mathbb{Z}\}$.

التمرين03:

1)أ− n عدد طبيعي ، عين حسب قيمn الطبيعية بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على11 .

ب− ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد: $4\times 69^{10n+6}+7\times 58^{20n+13}-8$ على11 ؟

2)جد قيم n الطبيعية التي يكون من أجلها العدد: $n^2+36^{5n}\times n+14^{5n+3}+5$ قابلا القسمة على11 .

3)أ−عين الأعداد الصحيحة β التي تحقق من أجل كل عدد طبيعيn: $80^{3n+2}\times\beta+91^{3n+1}\equiv 0[11]$.

ب− ثم استنتج قيم β الصحيحة بحيث: $|\beta|\le 20$.

4) جد كل الثنائيات$(x;y)$من $\mathbb{N}^2$ بحيث: $14^x+25^y\equiv 8[11]$.

التمرين 04 :I − أجب بـــ صحيح أو خاطئ مع التبرير على كل من :

أ− إذا كان: $5x\equiv 10[15]$ فإنّ : $x\equiv 2[15]$. خاطئة لأنّ: $p\,gcd(5;10)\ne 1$.

ب− العدد $n(n^2-1)$ مضاعف للعدد 6 . صحيح لأنّ: $(n-1)n(n+1)$ثلاثة أعداد متتابعة فهي تقبل القسمة على6

ج− $n^2-3n+6\equiv 0[n+1]$ إذا وفقط إذا كان: $(n+1)\in D_{10}$. ص

د− إذا كان: N يكتب في النظام العشري $N=\overline{3x53}$ فإنّ: العدد $N+5^{136}$ يقبل القسمة على 7 إذا كان $(x=2)$ أو $(x=9)$.

هـــ–المعادلة: $20x+3y=301$ لا تقبل أي حل في $\mathbb{Z}^2$. خ

و–حلول المعادلة : $24x+35y=9$ في Z^2 هي الثنائيات $(70k-144;99-24k)$ حيث k عدد صحيح. خ

ي– يوجد نظام تعداد يكتب فيه العدد 2735 على الشكل $\overline{10655}$. ص

أستاذ المادة: مختار تاحي