سلسلة القسمة و الموافقات

التمرين 02 :

1. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 6^{2n} على 7.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(5^n + 6^{2n} + 3)$ قابلا للقسمة على 7.

التمرين 03 :

1. عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 4^n على 11.
2. عين مجموعة الأعداد الطبيعية n حيث : $(6 \times 1995^n + 26^{10n+2} + 7)$ يقبل القسمة على 11.

التمرين 04 :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7.
2. أثبت أنّه من أجل كل عدد الطبيعي n ، العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 3)$ يقبل القسمة على 7.
3. عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $(26^{6n+5} + 2 \times 47^{12n+2} + 5n)$ قابلا للقسمة على 7.

التمرين 05 :

عيّن كل الثنائيات (a, b) من الأعداد الطبيعية حيث :

$$(1)\begin{cases} a+b=420 \\ PGCD(a,b)=84 \end{cases} ; (2)\begin{cases} a \times b=360 \\ PGCD(a,b)=6 \end{cases} ; (3)\begin{cases} a^2-b^2=825 \\ PGCD(a,b)=5 \end{cases} ; (4)\begin{cases} PPCM(a,b)=90 \\ PGCD(a,b)=18 \end{cases}$$

$$(5)\ a \leq b \text{ مع } PPCM(a,b) - 9PGCD(a,b) = 13$$

التمرين 11 :

نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة : $324x - 245y = 7 \ldots (E)$

1. باستعمال خوارزمية إقليدس عيّن حلا خاصا للمعادلة (E)، ثم حل في $\mathbb{Z}$ هذه المعادلة
2. بيّن أنّه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E)، فإنّ : $x \equiv 0[7]$
3. نضع : $PGCD(x, y) = d$.
   أ. بيّن أنّ القيم الممكنة للعدد d هي 1 و 7
   ب. عيّن كل الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) بحيث $PGCD(x, y) = 7$.

التمرين 12 :

1. عيّن القاسم المشترك الأكبر للأعداد 1996 ، 1497 و 2994.
2. نعتبر المعادلة : (1) ... $1996x - 1497y = 2994$ حيث : x و y عددان صحيحان.
   أ- أثبت أنّ x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2 ، ثمّ حل المعادلة (1).
   ب- عيّن الحلول (x,y) بحيث يكون : $xy = 1950$.

التمرين 13 :

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $4x - 9y = 19$ ... (I)
2. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x\ ,\ y)$ حل للمعادلة (I)
   أ- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
   ب- عيّن حلول المعادلة بحيث يكون $d = 19$
3. عيّن الثنائيات $(a\ ,\ b)$ الصحيحة حلول المعادلة : $4a^2 - 9b^2 = 19$

التمرين 14 :

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $5x - 3y = 2$
2. A عدد طبيعي يُكتب $\overline{55}$ في النظام ذي الأساس x و يُكتب $\overline{37}$ في النظام ذي الأساس y حيث $x \leq 12\ ;\ y \leq 20$
   عيّن القيم الممكنة للعددين x و y ، ثمّ اكتب A في النظام العشري.

التمرين 16 :

اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

1. في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة $x^2 + x + 3 \equiv 0[5]$:
   (أ) لا تقبل حلولا (ب) حلولها زوجية
   (جـ) حلولها تحقق $x \equiv 2[5]$ (د) حلولها تحقق $x \equiv 1[5]$ أو $x \equiv 3[5]$
2. حلول المعادلة $24x + 34y = 2$ هي :
   (أ) $(17k - 7; 5 - 12k)\ ,k \in \mathbb{Z}$ (ب) $(-7k; 5k)\ ,k \in \mathbb{Z}$
   (جـ) $(34k - 7; 5 - 24k)\ ,k \in \mathbb{Z}$ (د) المجموعة الخالية
3. N عدد طبيعي يُكتب في النظام ذي الأساس 5 : $\overline{421}$. كتابته في النظام ذي الأساس 6 هي :
   (أ) $\overline{421}$ (ب) $\overline{111}$
   (جـ) $\overline{303}$ (د) $\overline{222}$
4. باقي القسمة الإقليدية للعدد 1432^{2011} على العدد 3 هو :
   (أ) 0 (ب) 1
   (جـ) 2 (د) 3
5. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $a = n(n+2)\ ;\ b = n+1$. بما أنّ: $b^2 - a = 1$ فإنّ $PGCD(a,b)$ هو :
   (أ) n (ب) $n+1$
   (جـ) 1 (د) 2

التمرين 21 :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليمية للعدد 3^n على 10
2. استنتج باقي القسمة الإقليمية على 10 للعدد $63 \times 9^{2001} - 7^{1422}$
3. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1) \times 3^{2n+1}[10]$
4. عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0[10]$.

التمرين 22 :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليمية للعدد 4^n على 11
2. برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ العدد الطبيعي k حيث : $k = 15^{5n+1} - 2 \times 26^{5n+2} + 3 \times 125^{5n+3}$ يقبل القسمة على 11
3. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $\begin{cases} 15^{5n+1} + 26^{5n+2} + 3n \equiv 0[11] \\ 8 \leq n \leq 50 \end{cases}$

التمرين 26 :

1. أ. ما هو باقي القسمة الإقليمية للعدد 6^{10} على 11؟ علل.
   ب. ما هو باقي القسمة الإقليمية للعدد 6^4 على 5؟ علل.
   ج. استنتج أنّ $6^{40} \equiv 1[11]$ و أنّ $6^{40} \equiv 1[5]$
   د. بيّن أنّ $6^{40} - 1$ يقبل القسمة على 55
2. x و y عددان صحيحان
   أ. بيّن أنّ المعادلة التالية ليس لها حلول : $65x - 40y = 1 \dots (E)$
   ب. بيّن أنّ المعادلة التالية تقبل على الأقل حلا : $17x - 40y = 1 \dots (E')$
   ج. عيّن باستعمال خوارزمية إقليدس حلا خاصا للمعادلة (E')
   د. حل المعادلة (E') و استنتج وجود عدد طبيعي وحيد x_0 أصغر من 40 حيث : $17x_0 \equiv 1[40]$
3. من أجل كل عدد طبيعي a ، بيّن أنّه إذا كان : $a^{17} \equiv b[55]$ و $a^{40} \equiv 1[55]$ فإنّ : $b^{33} \equiv 1[55]$.

التمرين 27 :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليمية للعدد 3^n على 11
2. ما هو باقي قسمة $4 \times 69^{10n+6} + 7 \times 58^{20n+13} - 8$ على 11 ؟
3. أوجد قيم n الطبيعية بحيث يكون $n^2 + 36^{5n} \times n + 14^{5n+3} + 5$ قابلا للقسمة على 11
4. أوجد الأعداد الصحيحة β التي تحقق من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $80^{3n+2} \times \beta + 91^{3n+1} \equiv 0[11]$ ، ثمّ استنتج قيم β الصحيحة بحيث : $|\beta| \leq 20$
5. أوجد الثنائيات $(x\,,y)$ من $\mathbb{N}^2$ بحيث : $14^x + 25^y \equiv 8[11]$.

التمرين 37 :

1- أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 4^{2n} على 5

2- عيّن باقي قسمة 3^n على 5

3- ما هو باقي قسمة 1428^{2009} على 5 ؟

4- ليكن العدد الطبيعي A_n حيث : $A_n = 2 + 4^{2n} + 3^n$

- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث A_n يقبل القسمة على 5.

التمرين 41 :

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E) \dots 8x + 5y = 1$

1. جد حلا خاصا للمعادلة (E) ، ثمّ حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ هذه المعادلة

2. ليكن N عددا طبيعيا حيث يوجد عددان طبيعيان a و b يحققان : $\begin{cases} N = 8a + 1 \\ N = 5b + 2 \end{cases}$

   أ. بيّن أنّ الثنائية $(a, -b)$ حل للمعادلة (E)

   ب. جد باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 4

3. حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $8x + 5y = 100$

4. للاشتراك في رحلة ، دفع مجموعة أشخاص من الجنسين 100 قطعة نقدية ، حيث دفع كل ذكر 8 قطع نقدية و دفعت كل أنثى 5 قطع نقدية.

   ما هو عدد الذكور و عدد الإناث في هذه المجموعة ؟

التمرين 36 :

a و b عددان طبيعيان حيث :

$$\begin{cases} a = 5n + 3 \\ b = 2n + 1 \end{cases} \quad n \in \mathbb{N}$$

1. أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما

2. نضع : $x = 5m + 3$ ، $y = 2m - 1$ ، $m \in \mathbb{N}$

   أ- عين علاقة بين x و y مستقلة عن العدد الطبيعي m

   ب- نفرض أن $PGCD(x, y) = d$

   - عين القيم الممكنة لـ d
   - عين الثنائيات (x, y) حيث $d = 11$.