إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: ذوالقعدة 1431 هـ

المعادلات التفاضلية ودوال القوى

Equation différentielle et Fonction puissance

تمرين1

1- حل المعادلة التفاضلية التالية: $2y'+3y=0$.

- عين الحل f الذي يحقق: $f(0)=8$.

2- عين الدالة h حلا للمعادلة التفاضلية التالية:

$y'-2y+4=0$ بحيث h تنعدم عند $-\ln 3$.

$Ce^{-\frac{3}{2}x}$	$8e^{-\frac{3}{2}x}$	$-18e^{2x}+2$

تمرين2

1- حل المعادلة التفاضلية التالية: (E) $y'-2y=0$.

2- نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: (F) $y'-2y=e^x$.

عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=ae^x+b$ حلا للمعادلة (F).

3- بين أن h هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا $f=g+h$ هي حلا للمعادلة (F). استنتج حلول المعادلة (F).

4- من بين حلول المعادلة (F) عين تلك التي تمثيلها البياني في معلم يمر من المبدأ.

Ce^{2x}	$-e^x$	$Ce^{2x}-e^x$	$e^{2x}-e^x$

تمرين3

1- حل المعادلة التفاضلية التالية: (E) $y'+2y=0$.

2- نعتبر المعادلة التفاضلية: (F) $y'+2y=5\cos x$.

عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=a\cos x+b\sin x$ حلا للمعادلة (F).

3- بين أن f هي حل للمعادلة (F) إذا وفقط إذا $f-g$ هي حلا للمعادلة (E). استنتج حلول المعادلة (F).

Ce^{-2x}	$2\cos x+\sin x$	$Ce^{-2x}+2\cos x+\sin x$

تمرين4

1- حل المعادلة التفاضلية التالية: (I) $2y'+y=0$.

2- نعتبر المعادلة التفاضلية: (II) $2y'+y=x^2+3x$.

بين الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2-x+2$ هي حلا للمعادلة التفاضلية (II).

3- بين أن h هي حل للمعادلة (II) إذا وفقط إذا $h-g$ هي حلا للمعادلة (I). استنتج حلول المعادلة (II).

4- من بين حلول المعادلة (II) عين تلك التي بيانها يقبل مماسا عند $x_0=0$ موازيا للمستقيم ذي المعادلة $y=x$.

$Ce^{-\frac{x}{2}}$	$Ce^{-\frac{x}{2}}+x^2-x+2$	$-4e^{-\frac{x}{2}}+x^2-x+2$

تمرين5 *Bac S France sept 2007*

نعتبر المعادلتين التفاضليتين المعرفتين على $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بـ:

$(E)\ \ y'+(1+\tan x)y=\cos x$ و $(E_0)\ \ y'+y=1$.

1- عين مجموعة حلول المعادلة (E_0).

2- f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث $f(x)=g(x)\cos x$. بين أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا الدالة g هي حلا للمعادلة (E_0).

3- عين الحل f لـ (E) بحيث $f(0)=0$.

$Ce^{-x}+1$	$(1-e^{-x})\cos x$

تمرين6

لتكن $y(t)$ عدد ذرات الراديوم (*radium*) لمادة مشعة في اللحظة t (مقدرة بالسنوات) بحيث:

$y'(t)=-4{,}33\times10^{-4}y(t)$ و $y(0)=y_0$

1- اكتب عبارة $y(t)$ بدلالة y_0 و t.

2- احسب زمن نصف العمر للراديوم أي الزمن اللازم لتناقص نصف عدد ذرات الراديوم.

$y=y_0e^{-4{,}33\times10^{-4}t}$	$1600\,ans$

تمرين7

لتكن $y(t)$ عدد الجراثيم في مستعمرة في اللحظة t (مقدرة بالساعات) و $y'(t)$ سرعة تكاثر عدد الجراثيم في اللحظة t بحيث: $y'(t)=3y(t)$

1- إذا علمت أن عدد الجراثيم في اللحظة $t=0$ هو $N_0=1000$. ما هو عددها في اللحظة $t=1h\,30mn$ ؟

2- متى يصبح عدد الجراثيم مليون مرة عددها في $t=0$ ؟

$y=1000e^{3t}$	9×10^4	$4h\ 36mn$

تمرين8

حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين التاليتين:

1) $3^{2x}-3^x-6=0$ **2)** $4^{x-1}-7\times2^x+24=0$

تمرين9

ادرس تغيرات الدالة f ثم ارسم بيانها في معلم معين:

1) $f(x)=3^x$ **2)** $f(x)=2^x+2^{-x}$