إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: محرم 1432 هـ

المستقيمات والمستويات

Droites et Plans dans l'espace

تمرين1

ليكن الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم d_1 الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-2;3)$ شعاع توجيه له.

2- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم d_2 الذي يشمل النقطتين $B(3;2;2)$ و $C(2;3;-1)$. هل d_2 يشمل $D(3;2;0)$؟

3- عين إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيمين d_1 و d_2.

4- نعتبر المستقيم d_3 الذي تمثيله الوسيطي:

$$\begin{cases} x=-2\lambda+1 \\ y=4\lambda-3 \\ z=\lambda+5 \end{cases} \quad \lambda \text{ عدد حقيقي}$$

هل d_1 و d_3 متوازيان؟ متقاطعان؟ ليسا من نفس المستوي؟

$(0;5;-7)$	$(-\alpha+3;\alpha+2;-3\alpha+2)$	$(t+2;-2t+1;3t-1)$

تمرين2

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر المستويات التالية: $\mathcal{P}_1: x-2y+z-3=0$ ، $\mathcal{P}_2: -2x+y+z=0$ و $\mathcal{P}_3: x+y+z-6=0$.

1- بين أن المستويين $\mathcal{P}_1$ و $\mathcal{P}_2$ يتقاطعان. عين التمثيل الوسيطي للمستقيم $\mathcal{D}$ تقاطع المستويين $\mathcal{P}_1$ و $\mathcal{P}_2$.

2- بين أن $\mathcal{P}_3$ و $\mathcal{D}$ يتقاطعان في نقطة I يطلب تعيينها.

3- استنتج مما سبق مجموعة حلول الجملة التالية:

$$\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ -2x+y+z=0 \\ x+y+z-6=0 \end{cases}$$

$(2;1;3)$	$(t-1;t-2;t)$

تمرين3

فسر هندسيا الجملتين التاليتين واستنتج مجموعة الحلول في $\mathbb{R}^3$.

$$S_1\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ x+y+z=0 \\ 4x+2y-2z=7 \end{cases} \qquad S_2\begin{cases} x+2y+3z=9 \\ 3x-y-z=-2 \\ -x+5y+3z=0 \end{cases}$$

$(0;-3;5)$	ϕ

تمرين4 *Bac S France 2007*

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر المستويين: $\mathcal{P}: x+2y-z+1=0$ و $\mathcal{P}': -x+y+z=0$.

لتكن النقطة $A(0;1;1)$.

1- بين أن المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{P}'$ متعامدان.

2- نعتبر المستقيم d الذي تمثيله الوسيطي:

$$\begin{cases} x=-\frac{1}{3}+t \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=t \end{cases} \quad t \text{ عدد حقيقي}$$

بين أن المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{P}'$ يتقاطعان وفق المستقيم d.

3- احسب بعد النقطة A عن كل من المستويين $\mathcal{P}$ و $\mathcal{P}'$.

4- استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم d.

$\sqrt{2}$ ، $2/\sqrt{3}$ ، $2/\sqrt{6}$

تمرين5 *Bac S Nouvelle-Calédonie 2007*

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

1- اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي الذي يشمل النقطة $M_0(x_0;y_0;z_0)$ و $\vec{n}(a;b;c)$ شعاع ناظمي له.

2- لتكن النقاط: $A(1;2;-3)$، $B(-3;1;4)$ و $C(2;6;-1)$.

أ) بين أن النقاط A، B و C تعين مستويا.

ب) تأكد أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $2x-y+z+3=0$.

ج) لتكن النقطة $I(-5;9;4)$. أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\mathcal{D}$ الذي يشمل النقطة I وعمودي على المستوي (ABC).

د) عين إحداثيات النقطة J، تقاطع $\mathcal{D}$ مع المستوي (ABC).

هـ) استنتج المسافة بين النقطة I والمستوي (ABC).

$2\sqrt{6}$	$J(-1;7;6)$	$(2t-5;-t+9;t+4)$

تمرين6 *Bac S Polynésie 2008*

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط: $A(1;2;3)$، $B(0;1;4)$، $C(-1;-3;2)$، $D(4;-2;5)$ والشعاع $\vec{n}(2;-1;1)$.

1- أ) بين أن النقط A، B و C ليست على استقامية.

ب) بين أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC).

ج) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC).

2- نعتبر المستقيم (Δ) الذي تمثيله الوسيطي:

$$\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=4-t \end{cases} \quad t \text{ عدد حقيقي}$$

بين أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC).

3- لتكن E المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC). بين أن النقطة E هي مركز ثقل المثلث ABC.

$E(0;0;3)$	$2x-y+z-3=0$

تمرين 7 *Bac S Antilles-Guyane 2007*

في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطتين: $A(3;0;6)$ و $I(0;0;6)$ ، نسمي (D) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و I. نعتبر المستويين التاليين: $(P): 2y+z-6=0$ ، $(Q): y-2z+12=0$.

1- بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

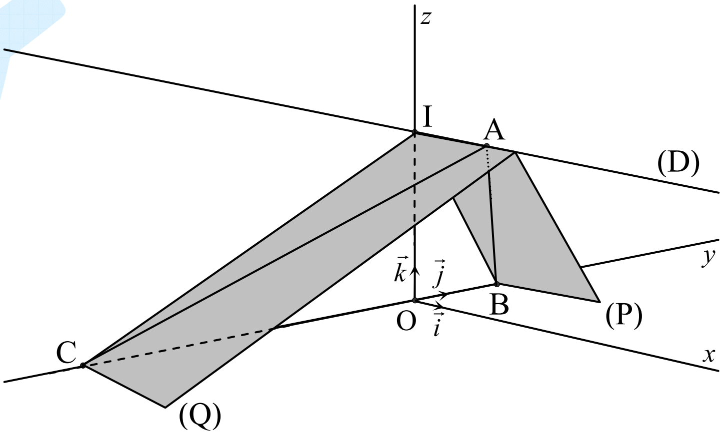
2- بين أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3- بين أن المستويين (P) و(Q) يقطعان المحور $(O;\vec{j})$ وحدّد إحداثيات النقطتين B و C، تقاطع المستويين (P) و(Q) على الترتيب مع $(O;\vec{j})$.

4- بيّن أن معادلة المستوي (T) الذي يشمل النقطة B وشعاعه الناظمي $\overrightarrow{AC}$ هي $x+4y+2z-12=0$.

5- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (OA). بيّن أن المستقيم (OA) والمستوي (T) يتقاطعان في نقطة H يطلب تحديدها.

6- ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للمثلث ABC؟ علّل.



$H(2,4;\ 0;\ 4,8)$	$(3t;0;6t)$	$C(0;-12;0)$ ،$B(0;3;0)$

تمرين 8

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

– نعتبر المستقيم $\mathscr{D}$ الذي تمثيله الوسيطي:

$$\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=3-2t \end{cases} \quad t \text{ عدد حقيقي}$$

– نعتبر النقطتين: $A(2;1;3)$ و $B(5;-2;2)$.

– نعتبر المستوي $\mathscr{P}$ الذي معادلته $x+3z-5=0$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على ما يلي:

1- النقطة A تنتمي إلى المستقيم $\mathscr{D}$.

2- النقطة A تنتمي إلى المستوي $\mathscr{P}$.

3- المستقيم $\mathscr{D}$ والمستوي $\mathscr{P}$ يتقاطعان في $I(8;-1;-1)$.

4- المستقيم (AB) والمستوي $\mathscr{P}$ متوازيان.

5- مجموعة النقط M من الفضاء حيث $MA=MB$ هي $\mathscr{P}$.

6- تقاطع المستوي $\mathscr{P}$ مع سطح الكرة التي مركزها A وتشمل النقطة B هي دائرة.

7- المستقيم $\mathscr{D}$ يوازي المحور $(O;\vec{i})$.

3 صحيح	6 صحيح	2 خطأ	4 صحيح	1 صحيح	5 خطأ	7 خطأ

تمرين 9 *Bac S Centres étrangers 2008*

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط: $A(2;1;-1)$، $B(-1;2;4)$، $C(0;-2;3)$، $D(1;1;-2)$ والمستوي $\mathscr{P}: x-2y+z+1=0$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير على ما يلي:

1- النقاط A، B و C تعين مستويا.

2- المستقيم (AC) ينتمي إلى المستوي $\mathscr{P}$.

3- المعادلة الديكارتية للمستوي (ABD) هي: $x+8y-z-11=0$.

4- التمثيل الوسيطي للمستقيم (AC) هو:

$$\begin{cases} x=2k \\ y=-2+3k \\ z=3-4k \end{cases} \quad k \text{ عدد حقيقي}$$

5- المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان.

6- المسافة بين النقطة C والمستوي $\mathscr{P}$ تساوي $4\sqrt{6}$.

7- سطح الكرة التي مركزها D ونصف قطرها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ مماسية للمستوي $\mathscr{P}$.

8- النقطة $E\left(-\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة C على المستوي $\mathscr{P}$.

3 صحيح	7 صحيح	1 صحيح	5 خطأ	8 صحيح	4 صحيح	6 خطأ	2 خطأ

عبد المطلب