إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: صفر 1432 هـ

التحويلات النقطية

Transformations ponctuelles

تمرين 1

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

لتكن النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب العددين المركبين: $z_A=1$ و $z_B=2+2i$.

1- عيّن z_C لاحقة النقطة C، صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{U}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$.

2- عيّن z_D لاحقة النقطة D، صورة النقطة C بالتحاكي h الذي مركزه النقطة A ونسبته -3.

3- عيّن z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة C بالدوران r الذي مركزه المبدأ O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

4- أنشئ النقط: A، B، C، D و E. وحدة الرسم 1cm.

5- احسب $\frac{z_E-z_B}{z_D-z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BDE.

i	$-2-2i$	$-2+6i$	$2-2i$

تمرين 2

نعتبر التحويل النقطي T من المستوي الذي يرفق بالنقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=iz+3-i$

1- عيّن طبيعة التحويل T وعناصره المميزة.

2- عيّن A' و B' صورتي النقطتين A(1;3) و B(-1;1) على الترتيب بالتحويل T. استعمل المدور لإنشاء A' و B'.

3- ليكن (Δ) مستقيم معادلته: $y=x+2$. اكتب معادلة المستقيم (Δ') صورة المستقيم (Δ) بواسطة التحويل T.

4- عيّن $(\mathscr{C}')$ صورة الدائرة $(\mathscr{C})$ التي قطرها [AB]، بواسطة التحويل T. أنشئ (Δ)، (Δ')، $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$.

$R=\sqrt{2}$; $\omega(1;-1)$	$y'=-x'$	$\frac{\pi}{2}$; $\Omega(2;1)$

تمرين 3

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. لتكن A، B و C النقط التي لواحقها على الترتيب -2، $2i$ و $1+3i$.

1- نعتبر التحويل T الذي مركزه B ويحوّل النقطة A إلى النقطة C. عيّن العبارة المركبة لهذا التحويل وعناصره المميزة ثم بيّن أن النقط: A، B و C على استقامة واحدة.

2- عيّن مركز وزاوية الدوران r حيث: r(A)=O و r(O)=B.

$\frac{\pi}{2}$; $\Omega(-1;1)$	$z'=-\frac{1}{2}z+3i$

تمرين 4 (بكالوريا بتصرف)

المستوي (P) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1- حلّ في $\mathbb{C}$ المعادلة (E): $z^3-8=0$

2- نعتبر في المستوي (P) النقط A، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A=-1+i\sqrt{3}$، $z_B=2$، $z_C=-1-i\sqrt{3}$

اكتب z_A و z_C على الشكل المثلثي. عيّن طبيعة ABC.

3- نعتبر التطبيق f من المستوي الذي يرفق بالنقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z′ حيث: $z'=e^{\frac{2i\pi}{3}}z$.

أ) عين الطبيعة الهندسية للتطبيق f.

ب) عين صورتي النقطتين A و C بـ f.

استنتج صورة المستقيم (AC) بـ f.

$f(A)=C$ و $f(C)=B$

تمرين 5 *Bac S Antilles-Guyane 2010*

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ حيث الوحدة 1cm.

1- من أجل $M\neq\Omega$، نذكّر أن النقطة M' هي صورة النقطة M بالدوران r الذي مركزه Ω وزاويته θ إذا وفقط إذا:

$$\begin{cases}\Omega M'=\Omega M & (1)\\ (\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'})=\theta\,[2\pi] & (2)\end{cases}$$

أ) لتكن z، z' و ω لواحق النقاط M، M' و Ω على الترتيب. ترجم (1) و (2) بعبارتي الطويلة والعمدة.

ب) استنتج عبارة z' بدلالة z، θ و ω.

2- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية:

$$z^2-4\sqrt{3}z+16=0$$

3- لتكن النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب $a=2\sqrt{3}-2i$ و $b=2\sqrt{3}+2i$.

أ) اكتب a و b على الشكل الأسي.

ب) مثّل النقطتين A و B.

ج) بيّن أنّ OAB مثلث متساوي الأضلاع.

4- لتكن C نقطة لاحقتها $c=-8i$ و D صورتها بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. مثّل النقطتين C و D.

بيّن أن لاحقة النقطة D هي $d=4\sqrt{3}+4i$.

5- بيّن أن D هي صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه O ويطلب تحديد نسبته.

6- بيّن أنّ OAD مثلث قائم.

تمرين 6 Bac S Amérique du Nord 2007

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الرسم 4cm). لتكن النقطة A ذات اللاحقة $z_A = i$ و B النقطة ذات اللاحقة $z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

1- ليكن r الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$. نسمي C صورة B بواسطة التحويل r. أ) اكتب العبارة المركبة للتحويل r. ب) بين أن لاحقة C هي $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

ج) اكتب z_B و z_C على الشكل الجبري.

د) أنشئ النقط A، B و C.

2- لتكن D مرجح النقط A، B و C المرفقة بالمعاملات 2، -1، و 2 على الترتيب.

أ) بين أن لاحقة D هي $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$. أنشئ النقطة D.

ب) بين أن A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة.

3- ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2. نسمي E صورة D بواسطة التحويل h. أ) اكتب العبارة المركبة للتحويل h. ب) بين أن لاحقة E هي $z_E = \sqrt{3}$. أنشئ E.

4- أ) احسب النسبة $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$. اكتب النتيجة بالشكل الأسي.

ب) استنتج طبيعة المثلث CDE.

تمرين 7

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، (وحدة الرسم 2cm). لتكن النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A = 2+2i$ و $z_B = -1+3i$. ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته -3، و ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$. نضع $s = roh$.

1- عين طبيعة التحويل s وعناصره المميزة.

2- بين أن صورة A بـــ r هي C ذات اللاحقة $z_C = -2$.

3- لتكن G مرجح الجملة: $\{(A،1) ; (B،-2) ; (C،3)\}$.

• عين وأنشئ المجموعتين (E_1) و (E_2) للنقط M بحيث:

(E_1) $\quad \left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\sqrt{5}$

(E_2) $\quad \left\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$

• بين أن المجموعة (E_1) تشمل النقطتين O و C.

محور [AG]	دائرة $r=\sqrt{5}$, $\Omega(-1;-2)$	$z' = 3iz + 4 - 6i$

تمرين 8

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، (وحدة الرسم 1cm). لتكن النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A = 3-i$ و $z_B = 4-3i$. نعتبر التطبيق f من هذا المستوي الذي يرفق بكل نقطة M تختلف عن A لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \frac{z-4+3i}{z-3+i}$.

1- حلّ في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z' = z - i$.

2- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة العدد المركب z'، ثم عين وأنشئ المجموعة (E_1) للنقط M بحيث: $|z'| = 1$.

3- أ) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب z'.

ب) عين وأنشئ المجموعة (E_2) للنقط M حتى يكون z' حقيقيا ثم المجموعة (E_3) للنقط M حتى يكون z' تخيليا صرفا.

دائرة قطرها [AB]	المستقيم (AB)	محور [AB]	$2+i \ ; \ 2-i$

تمرين 9

في كل سؤال، اختر جوابا واحدا صحيحا. (برّر إجابتك)

1- النقطة M التي تنتمي إلى دائرة مركزها A(0;-1) ونصف قطرها $r = 3$ لاحقتها z تحقق:

أ) $|z+i|^2 = 3$ ب) $|z+i| = 3$ ج) $|z-i| = 3$

2- في المستوي المركب، لتكن النقطتان A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A = 2$ و $z_B = 3-2i$. لتكن (E) مجموعة النقط M بحيث: $|z-2| = |z-3+2i|$.

أ) (E) هي محور القطعة [AB]. ب) (E) هي القطعة [AB]. ج) (E) هي دائرة مركزها A و قطرها [AB].

3- ليكن العدد المركب: $z = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

α) الشكل الأسي للعدد المركب z^2 هو:

أ) $z^2 = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$ ب) $z^2 = 4e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ج) $z^2 = 4e^{i\frac{7\pi}{6}}$

β) الشكل الأسي للعدد المركب z هو:

أ) $z = 2e^{i\frac{\pi}{12}}$ ب) $z = 2e^{i\frac{7\pi}{12}}$ ج) $z = 2e^{i\frac{19\pi}{12}}$

4- لتكن النقط A، B و C بحيث: $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

أ) ABC مثلث متساوي الأضلاع. ب) ABC مثلث متساوي الساقين وقائم. ج) A، B و C على استقامة واحدة.

5- في المستوي المركب، لتكن النقط A، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A = 2i$ ، $z_B = 1$ ، $z_C = 4-i$. العبارة المركبة للتشابه المباشر s بحيث: $s(A)=B$ و $s(B)=C$ هي:

أ) $z' = (1+i)z + 3 - 2i$ ب) $z' = (1-i)z + 3 - 2i$

ج) $z' = (1+i)z - 3 + 2i$

3βج	1ب	5أ	2أ	3αج	4ب

عبد المطلب