إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: ربيع الأول 1432 هـ

الاستدلال بالتراجع

Raisonnement par récurrence

تمرين1

برهن بالتراجع أنه:

1- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2+5+8+\ldots\ldots+3n+2=\dfrac{(n+1)(3n+4)}{2}$

2- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1\times 2^2+2\times 4^2+3\times 6^2+\ldots\ldots+n(2n)^2=\left[n(n+1)\right]^2$

3- من أجل كل عدد طبيعي $n>0$ فإن: $1\times 2^0+4\times 2^1+7\times 2^2+\ldots..+(3n-2)2^{n-1}=5+(3n-5)2^n$

4- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $(\alpha\neq 1)$ $1+\alpha^1+\alpha^2+\ldots\ldots+\alpha^n=\dfrac{\alpha^{n+1}-1}{\alpha-1}$

5- من أجل كل عدد طبيعي n فإن: 7^n-1 مضاعف للعدد 6.

6- من أجل كل عدد طبيعي $n>0$ فإن: $5^{4n}-3^{3n}$ مضاعف للعدد 13.

7- من أجل كل عدد طبيعي $n>1$ فإن: $4^n>3n+1$.

8- من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ فإن: $2^n\leq 2n!$. نذكر أن: $n!=1\times 2\times 3\times\ldots\times n$

تمرين2

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=(x+1)e^x$.

1- عين f'، f''، $f^{(3)}$، $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f.

2- أعط تخمينا للمشتق النوني للدالة f وليكن $f^{(n)}(x)$، حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ فإن: $f^{(n)}(x)=(x+n+1)e^x$.

تمرين3

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ: $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$.

1- عين f'، f''، $f^{(3)}$، $f^{(4)}$ الدوال المشتقة المتتابعة للدالة f.

2- أعط تخمينا للمشتق النوني للدالة f وليكن $f^{(n)}(x)$، حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ فإن: $f^{(n)}(x)=\dfrac{(-1)^n.(n+1)!}{x^{n+2}}$.