إعداد: عبد المطلب

الدوال الأصلية

Calcul de Primitives

بوزريعة: ربيع الثاني 1432 هـ

تمرين1

عين مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال I.

1) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=x^4-2x^3+3x^2+7$

2) $I=]0;+\infty[$ $\quad f(x)=2x+\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{3}{2\sqrt{x}}$

3) $I=\mathbb{R}^*$ $\quad f(x)=\dfrac{3x^4+2x^3-4x^2+5}{x^2}$

4) $I=]1;+\infty[$ $\quad f(x)=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{(x-1)^2}$

5) $I=\mathbb{R}\text{-}\{-2\}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{(3x+6)^2}+\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

6) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=4x(x^2+4)^2+x^3(x^4+3)^3$

7) $I=\mathbb{R}\text{-}\{2\}$ $\quad f(x)=(x^2-1)^2+\dfrac{3}{(2-x)^2}$

8) $I=]-\infty;-1[$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}+\dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1}$

9) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=2\sin x-5\cos(x+1)$

10) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=6\sin(3x+\pi)+3\cos(2x+\pi)$

11) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\cos x(\sin x+2)$

12) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sin x\sqrt{\cos x+1}$

13) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sin x\cos^3 x$

14) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sin 2x\cos 2x$

15) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{\sin x-\cos x}{\sqrt{\sin x+\cos x+2}}$

16) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=2\sin^2 x-4\cos^2 x$

17) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\cos^2 x\sin^3 x$

18) $I=\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ $\quad f(x)=\tan x(1+\tan^2 x)$

تمرين2

عين مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال I.

1) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=(2x-1)e^{x^2-x}$

2) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=e^{2x+1}-2x$

3) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{e^{3x}+e^{2x}+3}{e^x}$

4) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=1+\dfrac{e^x}{e^x+3}$

5) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=e^{-x}\sqrt{e^{-x}+1}$

6) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$

7) $I=\mathbb{R}^*$ $\quad f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x-1}$

8) $I=\mathbb{R}$ $\quad f(x)=3^{x-1}+3^{-x+1}$

9) $I=\mathbb{R}^*$ $\quad f(x)=2x-1+\dfrac{3}{x}$

10) $I=]2;+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{1}{2x-4}$

11) $I=]1;2[$ $\quad f(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}+\dfrac{1}{(x-1)^2}$

12) $I=]0;+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-1}{x^2}$

13) $I=]2;+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{3x+3}{x^2+2x+2}+\dfrac{1}{2-x}$

14) $I=\left]\dfrac{-\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right[$ $\quad f(x)=\dfrac{\cos x}{1+2\sin x}$

15) $I=\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ $\quad f(x)=\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}$

16) $I=\left]0;\dfrac{\pi}{4}\right[$ $\quad f(x)=\tan 2x+\dfrac{1}{\tan 2x}$

17) $I=]1;+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x\ln x}$

18) $I=]-1;+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{x-1+\ln(x+1)}{x+1}$

تمرين3

بين في كل حالة أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$:

1) $F(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+3})$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

2) $F(x)=x^2\sin x+2x\cos x$ $\quad f(x)=(x^2+2)\cos x$

تمرين4

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=e^x\ln(1+e^x)$.

1- بين أن: $f(x)-f'(x)=\dfrac{e^x}{1+e^x}-e^x$

2- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم عند 0.