إعداد: عبد المطلب

بوزريعة: ربيع الثاني 1432هـ

التحليل التوفيقي

Dénombrement

تمرين1

حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلات التالية:

1) $A_n^3 - 20n = 0 \quad (n \geq 3)$

2) $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = 5n \quad (n \geq 3)$

3) $C_{n(n+1)}^1 + 8C_{n(n+2)}^0 = C_n^{n-1} + 2C_{n+2}^n$

2	5	6

تمرين2

x ، y عددان طبيعيان، نعتبر C_y^x حيث $x \leq y$. أثبت أن:

1) $C_y^x = C_y^{y-x}$

2) $(x+1)C_{y+1}^{x+1} = (y+1)C_y^x$

3) $C_y^x = C_{y-1}^{x-1} + C_{y-1}^x$

تمرين3

نعتبر 10 قريصات، 6 مرقمة بالرقم 0 و 4 مرقمة بالرقم 1.
ما هو عدد الطرق لسحب 3 قريصات في آن واحد بحيث:

1- كل القريصات مرقمة بالرقم 0؟
2- قريصتان مرقمتان بالرقم 0؟
3- قريصة واحدة مرقمة بالرقم 0؟
4- كل القريصات مرقمة بالرقم 1؟
5- كل القريصات مرقمة بنفس الرقم؟
6- قريصتان مرقمتان بنفس الرقم؟

96	24	4	36	60	20

تمرين4

يحتوي كيس على 4 قريصات بيضاء مرقمة من 1 إلى 4 و6 قريصات سوداء مرقمة من 1 إلى 6 وقريصتين حمراوتين مرقمتين بالرقمين 1 و 2. نسحب في آن واحد 3 قريصات من الكيس. ما هو عدد الحالات الممكنة بحيث:

1- كل القريصات المسحوبة من اللون نفسه؟
2- نسحب قريصة واحدة من كل لون؟
3- نسحب قريصتان من نفس اللون والثالثة لونها مختلف؟
4- نسحب على الأقل قريصة واحدة بيضاء؟
5- نسحب على الأقل قريصة واحدة حمراء؟
6- كل القريصات المسحوبة تحمل نفس الرقم؟
7- مجموع أرقام القريصات المسحوبة يشكل عددا زوجيا؟

110	2	100	164	148	48	24

تمرين5

يحتوي كيس على 3 كريات خضراء، 5 كريات حمراء و n كرية زرقاء ($n \geq 2$). نسحب كريتين في آن واحد.

1- ما هو عدد الإمكانيات لسحب كريتان من اللون نفسه؟
2- ما هو عدد الإمكانيات لسحب كريتان مختلفتان في اللون؟
3- ما هو عدد الطرق لسحب على الأقل كرية واحدة زرقاء؟
4- عين العدد n بحيث يكون عدد الإمكانيات لسحب كريتان زرقاوتان هو 6.

4	$\frac{n^2+15n}{2}$	$8n+15$	$\frac{n^2-n+26}{2}$

تمرين6

يحتوي كيس على 17 قريصة مرقمة من 1 إلى 17. نسحب بطريقة عشوائية 3 قريصات في آن واحد. ما هو عدد الاختيارات الممكنة لسحب:

1- قريصة واحدة تحمل عددا فرديا؟
2- قريصتين كلتاهما تحمل عددا أوليا؟
3- على الأقل قريصة واحدة تحمل عددا زوجيا؟
4- قريصة واحدة تحمل عددا يقبل القسمة على 3؟

330	596	210	252

تمرين7

يحتوي كيس على 7 كرات حمراء، 5 بيضاء و 3 سوداء. نسحب عشوائيا 4 كرات معا. احسب عدد الحالات الممكنة:

1- لسحب هذه الكرات بدون تمييز.
2- لسحب أربع كرات من لون واحد.
3- لسحب أربع كرات من الألوان الثلاثة.
4- لسحب أربع كرات من لونين مختلفين.

695	630	40	1365

تمرين8

يحتوي صندوق على 7 قريصات مرقمة من 1 إلى 7. نسحب من هذا الصندوق 3 قريصات الواحدة تلو الأخرى ونرتبها وفق ترتيب هذا السحب.

1- ما هو عدد الأعداد ذات 3 أرقام؟
2- من بين هذه الأعداد كم عددا:
- يبدأ بالرقم 3؟
- يبدأ بالرقم 1 وينتهي بالرقم 3؟
- يحتوي على الرقم 6؟

90	5	30	210

تمرين9

يحتوي كيس على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء.

I. نسحب من هذا الكيس 4 كرات على التوالي دون إعادة الكرات المسحوبة إلى الكيس.

1- ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب على الترتيب كرة سوداء، كرة سوداء، كرة سوداء وكرة بيضاء؟

2- ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب 3 سوداء و1 بيضاء؟

II. نسحب الآن من هذا الكيس 4 كرات على التوالي بحيث نعيد في كل مرة الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحب الموالي. أجب عن نفس السؤالين السابقين.

768	192	288	72

تمرين10

قسم به 9 طلبة و3 طالبات. احسب عدد الطرق التي يمكن أن يختار بها المدرس لجنة مكونة من 4 أشخاص بحيث:

1- توجد في اللجنة طالبة واحدة؟

2- توجد في اللجنة طالبة واحدة على الأقل؟

3- لا توجد في اللجنة أية طالبة؟

4- يوجد في اللجنة الجنسين معا؟

5- يوجد في اللجنة الطالب x؟

165	369	126	369	252

تمرين11

جمعية تتكون من 6 رجال و3 نساء.

I. يراد تشكيل إدارة تتألف من رئيس، نائب وأمين.

1- بكم طريقة يمكن اختيار هذه الإدارة؟

2- ما هو عدد الطرق لتشكيل إدارة بحيث يكون الرئيس رجلا؟

3- ما هو عدد الطرق بحيث يكون الرئيس رجلا ونائبه امرأة؟

II. يراد الآن تشكيل لجنة ذات 5 أشخاص من بينهم رئيسا ونائبا وأمينا. بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة بحيث يكون الرئيس رجلا ونائبه امرأة؟

1890	126	336	504

تمرين12

ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من:

1- ثلاثة أرقام؟ **2-** ستة أرقام متمايزة؟

3- أربعة أرقام متمايزة بحيث رقم آحادها 1؟

4- 4 أرقام متمايزة بحيث يكون الرقم الأول مختلف عن 1؟

5- 3 أرقام متمايزة بحيث يكون العدد المشكل أكبرمن300؟

6- ثلاثة أرقام متمايزة بحيث يكون العدد المشكل زوجيا؟

60	80	300	60	720	216

تمرين13

ما هو عدد الكلمات المكونة من 4 أحرف مختلفة (لا يهم أن تكون ذات معنى) والتي يمكن تشكيلها من أحرف كلمة **المستقطب** بحيث:

1- تبدأ كل كلمة بحرف السين؟

2- تبدأ كل كلمة بحرف السين أو حرف الباء؟

3- لا تشمل الكلمة على حرف السين؟

4- تشمل كل كلمة حرف السين؟

5- تبدأ كل كلمة بحرف السين وتنتهي بحرف الباء؟

6- تشمل كل كلمة حرف السين وتبدأ بحرف الباء؟

90	30	840	840	420	210

تمرين14

لدينا كلمة **الثانوية**. ما هو عدد الكلمات المكونة من 8 أحرف سواء أكان لها معنى أو لا التي يمكن تشكيلها بحروف هذه الكلمة؟ (*Anagramme*)

20160

تمرين15

لدينا 9 كتب، منها 4 كتب مختلفة في الرياضيات، 3 كتب مختلفة في الفيزياء وكتابين مختلفين في العلوم الطبيعية.

1- بكم طريقة يمكن ترتيب هذه الكتب؟

2- بكم طريقة يمكن ترتيب هذه الكتب بشرط أن تكون كتب كل مادة مع بعضها البعض؟

3- نعتبر أن كتب كل مادة متماثلة. أجب عن **1-** و**2-**.

6	1260	1728	362880

تمرين16

1- انشر كل من: **1)** $(2x+3)^5$ **2)** $\left(x^2-\frac{3}{x}\right)^4$

2- احسب: **1)** $\sum_{p=0}^{n} C_n^p 3^p 2^{n-p}$ **2)** $\sum_{p=0}^{n} C_n^p 5^{n-p}(-1)^p$

تمرين17

1- أوجد الحد الرابع في منشور $(x^2-1)^8$.

2- أوجد معامل x^3 في منشور $(2x-3)^{10}$.

3- أوجد معامل الحد الثالث في منشور $\left(x+\frac{1}{2x}\right)^6$.

4- أوجد معامل x^4y^3 في منشور $(x-2y)^7$.

5- أوجد الحد الذي يحوي x^5 في منشور $(x-\sqrt{x})^8$.

$-56\,x^{10}$	-2099520	$\frac{15}{4}$	-280	الحد السابع $(28x^5)$

عبد المطلب