إعداد: عبد المطلب

تقني رياضي

القواسم والمضاعفات

Diviseurs et multiples communs

تمرين1

1- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة: $3x-8y=1$.
لاحظ أن الزوج $(3,1)$ حلها الخاص.

2- من بين حلول هذه المعادلة عين تلك التي تحقق:
$$y^2-x=5$$

3- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة الجملة التالية:
$$\begin{cases}21x-56y=7\\ -5\leq x<27\end{cases}$$

(-5,-2);(3,1);(11,4);(19,7)	(11,4)	(8k+3,3k+1)

تمرين2

1- عين القاسم المشترك الأكبر للأعداد التالية:
2189 ، 1393 ، 398.

2- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة: $2189x+1393y=398$
لاحظ أن الزوج $(-3,\alpha)$ حلها الخاص، حيث α عدد صحيح يطلب تعيينه.

3- من بين حلول المعادلة السابقة عين تلك التي تحقق:
أ) $x<11$ و $y<18$
ب) $x^2+6y-39<0$

(4,-6);(11,-17)	(-10,16);(-3,5);(4,-6)	(7k-3,-11k+5)

تمرين3

1- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E): $85x-51y=0$

2- من بين حلول المعادلة (E) عين الثنائيات (x,y) والتي تحقق: $|x-y|\leq 4$

3- حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلتين التاليتين:
أ) $85x-51y=867$
ب) $85x+51y=867$

(-6,-10);(-3,-5);(0,0);(3,5);(6,10)	(3k,5k)
(9,2);(6,7);(3,12);(0,17)	(3k,5k-17) k≥4

تمرين4

1- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية:
$$95(x-2)=76(y+1)\quad ...\quad [\text{I}]$$

2- من بين حلول المعادلة [I] عين الثنائيات (α,β) والتي تحقق: $\alpha^2\equiv\beta[5]$.

3- حل في مجموعة الأعداد الطبيعية الجملة التالية:
$$\begin{cases}5(2-x)=-4(y+1)\\ x^2-y^2\geq 0\end{cases}$$

(14,14);(10,9);(6,4)	(20k'+2,25k'-1);(20k'-2,25k'-6)	(4k+2,5k-1)

تمرين5 بكالوريا

1- أثبت أن العددين 993 ، 170 أوليان فيما بينهما.

2- نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهولين x و y حيث: $993x-170y=143$
أ) عين الحل الخاص (x_0,y_0)، للمعادلة (E) بحيث: $x_0+y_0=6$.
ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3- أوجد أصغر عدد طبيعي a بحيث يكون باقي قسمة العدد $(a-1)$ على كل من العددين 1986 و 340 هو 14 و 300 على الترتيب.

2001	(170k+1,993k+5)	(1,5)

تمرين6

1- عين الأعداد الصحيحة x بحيث: $7x\equiv -19[9]$

2- استنتج في مجموعة الأعداد الصحيحة حلول المعادلة:
$$7x-9y=-19\quad ...\quad [\text{I}]$$

3- من بين حلول المعادلة [I] عين تلك التي تحقق:
$x\equiv 0[y]$ (أي y يقسم العدد x)

4- نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب $\overline{2\alpha 5}$ في نظام العد ذي الأساس 7، ويكتب $\overline{1\beta 3}$ في نظام العد ذي الأساس 9. عين α و β ثم اكتب n في النظام العشري.

n=138 , β=6 , α=5	(-4,-1)	(9k+5,7k+6)	9k+5

تمرين7

نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة:
$$7x+13y=119\quad ...\quad [\text{I}]$$

1- أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة [I] فإن y مضاعف للعدد 7. استنتج جميع حلول المعادلة [I].

2- عين الأعداد الطبيعية α ، β و γ (غير معدومة) حيث:
$$\overline{\alpha\gamma 1}^{(6)}+\overline{1\beta 3\beta}^{(8)}=\overline{32\gamma\alpha}^{(7)}$$

γ=5 , β=7 , α=4	(-13k+17,7k)

تمرين8

1– بين أن العددين 27 و 22 أوليان فيما بينهما.

– باستعمال خوارزمية إقليدس، عين عددين صحيحين a و b يحققان: $27a+22b=1$

2– حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة: $405x-330y=15$

3– استنتج في مجموعة الأعداد الصحيحة حل الجملة التالية:

$$\begin{cases}\lambda\equiv 0\,[27]\\ \lambda\equiv 1\,[22]\end{cases}$$

594k′+243	(22k+9,27k+11)	(9,-11)

تمرين9

نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلتين:

$$2011x'-2010y'=-1\;...\;[\text{I}]$$

$$2011x-2010y=3\;...\;[\text{II}]$$

1– أثبت أن عددين طبيعيين متتابعين أوليان فيما بينهما.

2– عين حلا خاصا للمعادلة [I].

استنتج حلا خاصا للمعادلة [II].

3– حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة [II].

4– لتكن (x,y) حلول المعادلة [II] في مجموعة الأعداد الطبيعية و d القاسم المشترك الأكبر لـــ (x,y).

– ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

– عين الثنائيات (x,y) حلول المعادلة [II] بحيث يكون x و y غير أوليين فيما بينهما.

(6030l+3,6033l+3)	3 ,1	(2010k+3,2011k+3)	(3,3)	(-1,-1)

تمرين10

نعتبر في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة:

$$4\alpha-7\beta=3\;...\;[\text{I}]$$

1– عين حلا خاصا لهذه المعادلة وليكن (α_0,β_0) حيث $0<\alpha_0<7$ ثم استنتج جميع حلولها.

2– استنتج مما سبق حلول المعادلة التالية:

$$68x-119y=102\;...\;[\text{II}]$$

حيث x و y عددان طبيعيان.

3– ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y حلول المعادلة [II]. ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

4– عين كل الثنائيات (α,β) حلول المعادلة [I] بحيث يكون $PGCD\,(\alpha;\beta)=1$.

(7k′+12,4k′+6) k′≥-1	(7k+6,4k+3) k≥0	(6,3)
(21l+13;12l+7);(21l+20,12l+11) l≥0	6,3;2;1	

تمرين11 بكالوريا

1– حلل العدد الطبيعي 1995 إلى جداء عوامل أولية.

2– عين كل الثنائيات (x,y) من الأعداد الطبيعية والتي تحقق: $x+7y=1995$ و $PGCD\,(x;y)=19$.

(1862,19);(1729,38);(1463,76);(931,152);(532,209);(266,247)

تمرين12

x و y عددان طبيعيان؛ d قاسمهما المشترك الأكبر و m مضاعفهما المشترك الأصغر. عين كل الثنائيات (x,y) في كل حالة من الحالات التالية:

1– $\begin{cases}d=3\\ m=120\end{cases}$ **2**– $\begin{cases}m-d=9\\ x\leq y\end{cases}$

3– $\begin{cases}x+y=30\\ m+6d=45\end{cases}$ **4**– $\begin{cases}-d+m=y+18\\ d\geq 9\end{cases}$

(9,18);(3,12);(2,5);(1,10)	(24,15);(120,3);(15,24);(3,120)
(18,27);(36,9);(54,18)	(27,3);(3,27)

تمرين13 جامعة التكوين المتواصل

1– أ) حلل العدد الطبيعي 1996 إلى جداء عوامل أولية.

ب) عين مجموعة قواسم العدد 1996.

بين أن جداء قواسم 1996 هو $8(998)^3$.

ج) أوجد العددين الطبيعيين الذي مربع كل منهما يقسم العدد 1996.

2– عين كل الثنائيات (x,y) من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m^2+49d^2=1996$، حيث m هو المضاعف المشترك الأصغر لـــ x و y و d هو القاسم المشترك الأكبر لـــ x و y. ملاحظة: 499 عدد أولي.

(30,2);(10,6);(6,10);(2,30)	2 ; 1	1996,998,499,4,2,1

تمرين14

حافلة صغيرة لنقل المسافرين بها 16 راكبا مصنفون إلى 3 أصناف: مجموعة دفعت 20 دج (صنف a) ومجموعة أخرى دفعت 15 دج (صنف b) أما المجموعة الثالثة فلم تدفع شيئا (صنف c). إذا علمت أن المبلغ الإجمالي المدفوع هو 285 دج، احسب عدد الركاب من كل صنف.

1 ; 3 ; 12

عبد المطلب