

سلسلة استعد للباكوريا رقم (08)

السنة الدراسية: 2008/2007

المستوى : الثالثة ثانوي

الشعبة : علوم تجريبية + رياضيات

عداد الأستاذ
حليلات عمارة

و تقني رياضي

المحور : التحويلات النقطية في المستوي المركب والتشابه المباشر

التمرين (01) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. التحويل النقطي الذي يرفق

بكل نقطة $M(x; y)$ النقطة $M'(x'; y')$ بحيث :

$$\begin{cases} x' = -2y - 3 \\ y' = 2x + 1 \end{cases}$$

1/ عيّن إحداثي النقطة A' صورة النقطة $A(1; -1)$ بالتحويل s

2/ ما هي احداثي النقطة B' صورة النقطة $B(-1; -1)$ بالتحويل s و ماذا تستنتج ؟

3/ عيّن الكتابة المركبة للتحويل s

4/ عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل s

التمرين (02) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. عيّن في كل حالة من الحالات

التالية الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' والمعرفة بالعبارة المركبة التالية :

$$z' = (1+i)z + 2i \quad /4 \quad , \quad z' = z + 1 - 2i \quad /1$$

$$z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right) z \quad /5 \quad , \quad z' = 3z + 2 - i \quad /2$$

$$z' = -z + 4 + 8i \quad /6 \quad , \quad z' = -iz + 2 \quad /3$$

التمرين (03) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1/ عيّن التشابه المباشر S_1 الذي يحول النقطة $A(1; 2)$ إلى النقطة $B(1; 4)$ ويحول النقطة

$C(2; -1)$ إلى النقطة $D(5; 2)$ ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي مركزه $M_0(1; 0)$ ويحول النقطة $M_1(1; -1)$ إلى

النقطة $M_2(3; 0)$

3/ عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول النقطة $A(2; 1)$

إلى النقطة $B(-3; 3)$

التمرين (04) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1/ عيّن الدوران الذي يحول النقطة $A(1; -2)$ إلى النقطة $B(1; 0)$ و يحول النقطة $C(1; -1)$ إلى النقطة O ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن مركز الدوران الذي زاويته $\frac{-\pi}{3}$ و يحول $A(1; \sqrt{3})$ إلى النقطة $B(2; 2)$

التمرين (05) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

تعطى النقط $A(-1+2i)$ ، $B(3-i)$ ، $C(7+\lambda i)$ حيث λ عدد حقيقي نعتبر التشابه المباشر s الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاهقة z بالنقطة M' ذات اللاهقة z' و $z' = az + b$ ، $a \neq 0$ و b عددان مركبان و a بحيث : صورة A و C صورة B

1/ عيّن a بدلالة λ

2/ عيّن λ ، إن وجدت ، بحيث يكون s :

أ) انسحاب ، ب) دوران

التمرين (06) في المستوي المركب ، نعتبر التحويل النقطي T يرفق بكل نقطة M ذات اللاهقة z

النقطة M' ذات اللاهقة $z' = az + a$ مع a عدد مركب.

(1) عيّن a حتى يكون التحويل T انسحابا يطلب شعاعه.

(2) عيّن a حتى يكون التحويل T دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$. أوجد مركزه .

(3) عيّن a حتى يكون التحويل T تحاك نسبه -3 . أوجد مركزه .

(4) عين الطبيعة والعناصر المميّزة للتحويل T في حالة $a = -1 - i$.

التمرين (07) (1) أعط العناصر المميّزة للتشابه المباشر f المعرف بالكتابة المركبة التالية :

$$z' = (1-i)z + 2 - i$$

(2) في كل من الحالات التالية ، عين التشابه المباشر s حيث $f \circ s$ يكون :

– التحاكي الذي مركزه O ونسبته $\frac{1}{2}$.

– الانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(1; -1)$.

– التشابه المباشر الذي مركزه $B\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ ، زاويته $\frac{5\pi}{4}$ ونسبته 2 .

التمرين (08) A نقطة من المستوي لاحققتها 1 ؛ h التحاكي الذي مركزه A ونسبته -2 ؛ r

الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أكتب العبارة المركبة لكل من التحويلات h ، r ، $h \circ r$ و $r \circ h$.

هل $r \circ h = h \circ r$ ؟

التمرين (09) ليكن ABA' مثلث متساوي الأضلاع مباشر النقطة B' معرفة بـ: $\overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AA'}$

ليكن S التشابه المباشر الذي يحول A إلى A' و يحول B إلى B'
1/ عيّن نسبة وزاوية التشابه S

2/ لتكن النقطة I مركز التشابه S ، عيّن الشروط على I بحيث: $S(A) = A'$

- أنجز رسماً وأنشئ I

3/ أنشئ الصورة A'' للنقطة A' بالتحويل S

التمرين (10) $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[AC]$ ، قطراه $[AC]$ و $[BD]$

يتقاطعان في النقطة I . الموازي للمستقيم (AB) والذي يشمل I يقطع (AD) في E و (BC)

في F . 1/ تحقق أن : أ) المثلثان DAB و DEI متشابهان

ب) المثلثان ABC و IFC متشابهان

2/ استنتج أن I منتصف $[EF]$

التمرين (11) في المستوي الموجّه، ABC مثلث قائم A ومتساوي الساقين حيث

$(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$. نعيّن I منتصف القطعة $[BC]$ ، M نقطة كيفية من $[BC]$ متمايضة عن B و C .

P و Q نقطتان من $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث يكون $APMQ$ مستطيلاً .

أ - برّر وجود تشابه مباشر وحيد S حيث $S(A) = B$ و $S(Q) = P$.

ب - حدّد الطبيعة والعناصر المميزة لهذا التشابه .

ج - استنتج أن المثلثين IQA و IPB متقايسان مباشرة .

التمرين (12) في المستوي الموجّه ، نعتبر مربعاً مباشراً $ABCD$ ذي المركز O . لتكن P

نقطة من القطعة $[BC]$ وتختلف عن B . نعيّن Q تقاطع المستقيمين (AP) و (CD) .

المستقيم Δ العمودي على (AP) في A ، يقطع (BC) في R و (CD) في S .

1. أنجز رسماً .

2. ليكن r الدوران ذي المركز A والزاوية $\frac{\pi}{2}$.

أ - حدّد صورة المستقيم (BC) بالدوران r مبرّراً إجابتك .

ب - عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالدوران r .

ج - ما هي طبيعة كل من المثلثين ARQ و APS ؟

3. نسمي N منتصف القطعة $[PS]$ و M منتصف القطعة $[QR]$. ليكن s التشابه المباشر ذي

المركز A ، النسبة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

أ - عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالتشابه s .

ب - ما هو المحل الهندسي للنقطة N لما P تمشح القطعة $[BC]$ باستثناء B ؟

برهن أنّ النقط M ، B ، N و D في استقامية .

التدريب على حل تمارين بكالوريات

التمرين (01) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z :

$$z^3 - (-\sqrt{3} + 2i)z^2 + (-5 + \sqrt{3}i)z - 8i = 0 \dots\dots\dots (1)$$

(1) تحقق أن (i) حل للمعادلة (1)

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة (1)

نسمي z_0, z_1, z_2 حلول المعادلة (1) حيث : $z_0 = -i$ ، z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب.

(3) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C

صور z_0, z_1, z_2 على الترتيب ، عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى C واستنتج نوع المثلث ABC .

التمرين (02) ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعروف كما يلي :

$$P(z) = z^3 - (2 - 3i)z^2 + 9z - 18 + 27i$$

(1) أ- ليكن \bar{z} مرافق z . احسب $\overline{P(z)}$ بدلالة \bar{z} .

ب- حل في \mathbb{C} ، المعادلة $P(z) = 0$ إذا علمت أنها تقبل حلين مترافقين z_1 و \bar{z}_1 .

(2) في المستوي المركب ، نعتبر النقط A, B, C ذات اللاحقات $3i, -3i, 2-3i$ على الترتيب .

(أ) عيّن زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى A . واستنتج طبيعة المثلث ABC .

(ب) عين إحداثيي النقطة G مرجح للنقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $1, 2, -2$ على الترتيب

(ج) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = 25$

التمرين (03) 1. حلّ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - (1 + i)z - 2 - i = 0$.

نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة، حيث z_1 هو الحلّ الذي جزؤه الحقيقي موجب.

2 . المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

A, B, C والنقط التي لواحقها على الترتيب z_1, z_2 و z_3 حيث $z_3 = 3 - 2i$.

(أ) عيّن لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[BC]$.

(ب) أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$ واستنتج:

- أن C هي صورة B بتحويل نقطي يُطلب تعيين عناصره المميزة.

- نوع المثلث ABC .

(ج) عيّن لاحقة النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى I .

التمرين (04) -1 أحسب : $(\sqrt{3}-i)^2$

2- حل في \mathbb{C} المعادلة : $(E) \quad 2z^2 - (\sqrt{3} + 3i)z - 1 + \sqrt{3}i = 0 \dots$

ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) بحيث الجزء الحقيقي لـ z_2 موجب تماما

أ- اكتب على الشكلين الجبري والمثلثي كل من z_1 و z_2 .

ب- بين أن لكل عدد طبيعي فردي n يكون : $z_1^{6n} + z_2^{6n} + 2 = 0$.

3- لتكن M_1 و M_2 صورتين المركبتين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

وليكن S التشابه الذي مركزه $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{3}{2}\right)$ ويحول M_1 إلى M_2 . عين العناصر المميزة

للتشابه S

التمرين (05) -1 حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z

$$z^2 - (7+i)z + 14 + 2i = 0$$

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 ، z_2 بحيث يكون : $|z_1| > |z_2|$

2- لتكن A و B صورتين المركبتين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

(أ) بين أن المثلث OAB قائم ومتقايس الساقين

(ب) عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة A إلى النقطة B ، والنقطة B إلى النقطة O

(ج) لتكن النقطة C صورة النقطة O بهذا الدوران . ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$.

التمرين (06) نعتبر المعادلة في \mathbb{C} : $(E) \quad z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13 = 0 \dots$

(1) برهن أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه .

(2) حل عندئذ المعادلة (E)

(3) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ تعطى النقط:

A ، B و C ذات اللواحق i ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

(أ) ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{4}$. عين لاحقة النقطة A' صورة A

بالدوران r .

(ب) برهن أن النقط A' ، B و C تقع على استقامة واحدة ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو

المركز B و الذي يحول النقطة C إلى A'

التمرين (07) M نقطة من المستوي المركب (P) لاحتقتها z حيث $z = x + iy$ (وحدة القياس 4 cm).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كما يلي:

$$F(z) = z^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) i \right] z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$$

• احسب $F(i)$ ثم استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.

• أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسّي علماً أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a .

2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكلّ نقطة M لاحتقتها z النقطة M' لاحتقتها z' حيث

$$z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} + i$$

• حدد طبيعة التحويل T ثمّ عيّن عناصره المميزة.

• أنشئ النقط Ω, M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω هي النقطة الصامدة بالتحويل T و M_1 صورة M_1 و M_2 صورة M_2 بالتحويل T .

3. نعرّف متتالية نقط المستوي (P) كما يلي:

$$M_0 = O \text{ ومن أجل عدد طبيعي } n \text{ فإن } M_{n+1} = T(M_n)$$

نسّمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n = z_n - \omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω .

• احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثمّ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n .

• حدد موقع النقطة M_{2008} .

التمرين (08) نعتبر في \mathbb{C} كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث:

$$P(z) = z^3 - (1 + 4i)z^2 - (5 - 3i)z + 2 + 2i$$

1- بيّن أنّ العدد i هو جذر لـ $P(z)$

2- عيّن العدد المركب λ حيث: $P(z) = (z - i)(z^2 + \lambda z - 2 + 2i)$

3- حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$

4- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. لتكن النقط

$$A(0;1), B(0;2), C(1;1)$$

أ- عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى C

ب- M و M' نقطتان من المستوي لاحتقائهما z و z' على الترتيب و S تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة M بالنقطة M' بحيث: $z' = (1 + i)z + 2$

- ما هي طبيعة المثلث BMM' ؟

- عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون: $\| \overrightarrow{OM} \| = \| \overrightarrow{OM'} \|$

التمرين (09) -1 حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - 4(1+i)z + 1 + 8i = 0$$

نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة علما أن $|z_1| > |z_2|$

(1) اكتب العدد $(z_1^2 - z_2^2)$ على شكله الأسى .

(2) اكتب العدد $\left(\frac{z_1^2 - z_2^2}{8\sqrt{2}}\right)^{1994}$ على شكله الجبري

(3) النقطتان A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

(α) عيّن إحداثي مركز التشابه S الذي نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ والذي يرفق بالنقطة

A النقطة B ($S(A) = B$)

(β) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S

التمرين (10) (1) حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - (2+i)z + 3+i = 0$.

نرمز للحلين بـ z_0 و z_1 حيث $|z_0| > |z_1|$.

(2) A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب 1 ، z_0 و z_1 .

أوجد إحداثي النقطة G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B و C .

(3) T التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

أ - بين أن $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$.

ب - استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة . ج - أكتب العبارة المركبة للتحويل T .

(4) A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحويل T . بين أن النقط A' ، B' و C' في استقامة

التمرين (11) 1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 - 2(1+2i)z + 9 + 20i = 0$$

نسمي z_1 ، z_2 حلي هذه المعادلة بحيث : $|z_1| < |z_2|$

2/ النقطتان : M_1 ، M_2 صورتا العددين المركبين z_1 ، z_2 على الترتيب في مستوي مزود بمعلم

متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. ω نقطة من حامل محور الفواصل و r الدوران الذي مركزه

ω و يحول M_1 إلى M_2 .

- عيّن مركز وزاوية الدوران r

التمرين (12) /1 حل في \mathbb{C} المعادلة التالية : $4z^2 - 12z + 153 = 0$

/2 في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (وحدة الرسم : 1cm)

نعتبر النقط A ، B ، C ، P ذات اللواحق : $z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ، $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ،

$z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ ، $z_P = 3 + 2i$ و الشعاع $\vec{\omega}$ المعرف باللاحقة : $z_{\vec{\omega}} = -1 + \frac{5}{2}i$

(أ) عيّن اللاحقة z_Q للنقطة Q صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{\omega}$.

(ب) عيّن اللاحقة z_R للنقطة R صورة النقطة P بالتحاكي h الذي مركزه C ونسبته $\frac{-1}{3}$

(ج) عيّن اللاحقة z_S للنقطة S صورة النقطة P بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

(د) أنشئ النقط : P ، Q ، R و S

3/ (أ) أثبت أن الرباعي $PQRS$ متوازي أضلاع

(ب) احسب : $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ ثم استنتج الطبيعة الخاصة لمتوازي الأضلاع $PQRS$

(ج) برهن أن النقط P ، Q ، R و S تنتمي إلى دائرة واحدة (C) يطلب تعيين لاحقة مركزها Ω ونصف قطرها ρ . هل المستقيم (AP) مماس للدائرة (C) ؟

التمرين (13) /1 حل في \mathbb{C} المعادلة التالية إذا علمت أنها تقبل حلا حقيقيا z_0 :

$$(1) \dots\dots\dots z^3 + 2z^2 - 16 = 0$$

/2 اكتب حلول المعادلة (1) على الشكل الأسى

/3 في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

لتكن $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$ ،

(أ) عيّن اللاحقة z_C للنقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع ثم ارسم شكلا

(ب) لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ و النقطة F

صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{+\pi}{2}$.

- احسب z_E و z_F لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب . أنشئ E و F

- تحقق أن : $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF

(ج) عيّن صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I منتصف القطعة $[EF]$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

التمرين (14) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :

$$z^2 - 2(2-i)z + 6 = 0$$

يرمز بـ z_1 للحل الذي له أصغر طولاً و z_2 للحل الآخر .

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . نسمي A ، B ، M_1 و M_2 النقط التي لواحقتها $2i$ ، 6 ، z_1 و z_2 على الترتيب .

α و β عدنان مركبان و T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z' = \alpha z + \beta$.

أ - عيّن α و β علماً أنّ صورة A بالتحويل T هي B وصورة M_1 بالتحويل T هي M_2 .
ب - ما هي طبيعة التحويل T ؟ أعط عناصره المميزة

التمرين (15) حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2(3+2i)z + 1+12i = 0$

يرمز z_1 ، z_2 إلى حل هذه المعادلة حيث : $|z_2| > |z_1|$.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . A ، B ، C و D نقط من

المستوي لواحقتها على الترتيب z_1 ، z_2 ، $1+4i$ ، $2-i$.

أ - عيّن التشابه المباشر s الذي يحول النقطة A إلى C و النقطة D إلى النقطة B (تعطى العناصر المميزة للتشابه المباشر s)

ب- لتكن النقطة K_0 التي لاحتقتها $3i$ ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $K_{n+1} = s(K_n)$

و $u_n = \|\overrightarrow{\omega K_n}\|$ حيث ω هو مركز التشابه s

- احسب $\|\overrightarrow{\omega K_n}\|$ بدلالة n .

- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية (u_n)

التمرين (16) حل في \mathbb{C} المعادلة : (1) $z^2 - (2-7i)z - 13(1+i) = 0$

(2) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس مباشر . A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 حل المعادلة (1) على الترتيب بحيث الجزء الحقيقي لـ z_1 موجب .

أ) عيّن المركز ω للتشابه S الذي نسبته 2 و زاويته $\frac{3\pi}{2}$ والذي يحول A إلى B

ب) عيّن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالتشابه S

ج) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S

(3) أ) عيّن لاحقة D مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$

ب) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$

ج) عيّن المجموعة (γ) للنقط ذات اللاحقة z حيث :

$$MA^2 - MB^2 + MC^2 = \lambda$$
 حيث λ مساحة الرباعي $ABCD$

التمرين (17) 1- ليكن العددان المركبان z_1 و z_2 حيث :

$$z_2 = \frac{\sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2})i}{1 - z_1} \quad \text{و} \quad z_1 = \sqrt{2}(1 - i)$$

أ- اكتب العدد z_1 على الشكل المثلثي .

ب- برهن أن $z_2 = -i$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر. M و M' نقطتان من المستوي لاحقتاهما z و z' على الترتيب . نضع $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ و نعتبر التحويل النقطي S الذي

$$\begin{cases} X' = \sqrt{2}(x + y + 1) \\ y' = \sqrt{2}(-x + y + 1) - 1 \end{cases} \quad \text{يرفق بكل نقطة } M \text{ النقطة } M' \text{ حيث :}$$

أ- اكتب z' بدلالة z

ب- استنتج الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S

ج- (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x + y + 1 = 0$ ، اكتب معادلة لصورة المستقيم (Δ) بالتحويل S

د) اكتب معادلة لصورة الدائرة (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2 بالتحويل S

3- أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل $S \circ S$.

ب- برهن أن $S \circ S$ هو تشابه مباشر .

ج- قارن بين العناصر المميزة للتحويلين S و $S \circ S$

التمرين (18) ليكن ABC مثلث مباشر .النقط A' ، B' و C' الواقعة خارج المثلث ABC

بحيث المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ متقايسة الأضلاع .

النقط J ، K و L مراكز ثقل المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ على الترتيب .

نقترح البرهان على أن المثلث JKL متقايس الأضلاع.

ليكن S_A التشابه المباشر الذي مركزه A والذي يحول K إلى C و S_B التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى J .

1/ عيّن نسبة وزاوية S_A

2/ عيّن نسبة وزاوية S_B

3/ - برهن أن : $S_B \circ S_A$ دوران يطلب تعيين زاويته .

- برهن أن L هي مركز $S_B \circ S_A$

4/ استنتج من السؤال الثالث أن المثلث JKL متقايس الأضلاع

التمرين (19) 1) أحسب العدد المركب $(2\sqrt{3} + i)^3$.

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3 = 18\sqrt{3} + 35i$.

نرمز بـ : z_1 ، z_2 و z_3 إلى حلول هذه المعادلة

3) A ، B و C صورها في المستوي ، على الترتيب .

أ – عيّن زاوية الدوران الذي مركزه مبدأ المعلم O ويحوّل النقطة B إلى النقطة C .

ب – عيّن صورة بهذا الدوران للمستقيم Δ شعاع توجيهه \vec{w} حيث : $(\vec{u}; \vec{w}) = \frac{\pi}{2}$.

التمرين (20) نعتبر الدائرة Γ التي قطرها $[OB]$. A نقطة من القطعة $[OB]$ و لتكن I منتصف القطعة $[AB]$. محور القطعة $[AB]$ يقطع الدائرة في النقطتين M و M' بحيث :

$$(\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{2}$$

نرمز بـ N للمسقط العمودي للنقطة A على (OM) .

1/ أ) حدد طبيعة الرباعي $AMBM'$.

ب) استنتج ان المستقيم (AM') عمودي على (OM) و أن النقط N ، A و M' في

استقامية

ليكن التشابه المباشر S الذي مركزه N بحيث : $S(M) = A$

2/ أ) حدد زاوية التشابه S

ب) عين صور المستقيمين (MI) و (NA) بالتحويل S

ج) استنتج صورة M' بالتحويل S .

3/ أ) برهن أن صورة النقطة I بالتحويل S هي I' منتصف القطعة $[OA]$

ب) استنتج ان المستقيم (NI) مماس في النقطة N للدائرة Γ' التي قطرها $[OA]$

اخترت لك

الهدية

لكي يكون الطالب أو الطالبة قادرين على القيام بالعمل بسرعة وإتقان فإنه يحتاج إلى **التقليد والتدريب** والتي تعتبر من الطرق المميزة لتعليم المهارات فالطالب يمكن ان يتعلم كيفية حل إيجاد تكامل دالة ما بتقليد أستاذه ولكن من خلال التدريب يمكنه أن يحسن قدرته على إيجاد تكامل الدالة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة وإتقان ودقة وبذلك يصل إلى المهارة في إيجاد تكاملات الدوال فالتدريب هو الوسيلة الرئيسية لتعليم المهارة واكتسابها وتطويرها علاوة على ذلك فللتدريب فوائد كثيرة

الحصيلة الحقيقية هي القدرة على معالجة الموضوع المقترح بما أنه في دائرة المعلومات المدروسة ومحضري مثل صيني " من

أعطيه سمكة فقد أطعمته يوما ومن علمته صيدها فقد أطعمته طول حياته

لا تكثر السهر المفرط له متاعب كبيرة - لا تؤجل الحفظ - أسرع إلى الحفظ.

رغبة + إرادة + ممارسة + جهد منظم = متعة ونجاح بحول الله