**01 - المتتاليات**

**المستوى : 3 آداب**

**ثانوية العيمش محمد - تاجموت**

**عبارة المتتالية**

**حساب حدود متتالية معرفة بعبارة "الحد العام":**

**عبارة الحد العام لمتتالية هندسية**

نعتبر الحد الأول $U\_{0}$ و الأساس $q$ ومنه عبارة الحد العام : $U\_{n}=U\_{0}+q^{n}$

**مثال :** $U\_{0}=2$ و الأساس $q=3$ ومنه عبارة الحد العام : $U\_{n}=2+3^{n}$

**ملاحظة :** في حالة الحد الأول هو $U\_{1}$ و الأساس $q$ نكتب : $U\_{n}=U\_{1}×q^{n-1}$

**مثال :** الحد الأول هو $U\_{1}=-4$ و الأساس $q=6$ نكتب : $U\_{n}=-4×6^{n-1}$

**عبارة الحد العام لمتتالية حسابية**

نعتبر الحد الأول $U\_{0}$ و الأساس $r$ ومنه عبارة الحد العام : $U\_{n}=U\_{0}+nr$

**مثال :** $U\_{0}=2$ و الأساس $r=3$ ومنه عبارة الحد العام : $U\_{n}=2+3n$

**ملاحظة :** في حالة الحد الأول هو $U\_{1}$ و الأساس $r$ نكتب : $U\_{n}=U\_{1}+(n-1)r$

**مثال :** الحد الأول هو $U\_{1}=7$ و الأساس $r=5$ نكتب : $U\_{n}=7+\left(n-1\right)×5$

**حساب الحدود**

**3. مثال متتالية تراجعية :**

$$\left\{\begin{array}{c}U\_{n+1}=2U\_{n}-3\\U\_{0}=4\end{array}\right.$$

نعوض ب قيمة $U\_{0}=4$ : $U\_{1}=U\_{0+1}=2U\_{0}-3=2\left(4\right)-3=8-3=5$

نعوض ب قيمة $U\_{1}=5$ :$U\_{2}=U\_{1+1}=2U\_{1}-3=2\left(5\right)-3=10-3=7$

نعوض ب قيمة $U\_{2}=7$ :$U\_{3}=U\_{2+1}=2U\_{2}-3=2\left(7\right)-3=14-3=11$

نعوض ب قيمة $U\_{3}=11$ :$U\_{4}=U\_{3+1}=2U\_{3}-3=2\left(11\right)-3=22-3=19$

**1. مثال متتالية حسابية**

$$U\_{n}=U\_{0}+nr=3+2n$$

$$U\_{0}=3+2×\left(0\right)=3+0=3$$

$$U\_{1}=3+2×\left(1\right)=3+2=5$$

$$U\_{2}=3+2×\left(2\right)=3+4=7$$

**2. مثال متتالية هندسية**

$$U\_{n}=U\_{0}×q^{n}=5×2^{n}$$

$$U\_{0}=5×2^{0}=5×1=5$$

$$U\_{1}=5×2^{1}=5×2=10$$

$$U\_{2}=5×2^{2}=5×4=20$$

**إتجاه تغير متتالية**

**إتجاه تغير متتالية هندسية**

* إذا كان الأساس $0<q<1$ فإن المتتالية متناقصة.
* إذا كان الأساس $q>1$ فإن المتتالية متزايدة.

**مثال 01 :** نعتبر المتتالية $U\_{n}=5×\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

نلاحظ أن $q=\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}=0.5<1$

 إذن المتتالية $U\_{n}$ متناقصة.

**مثال 02:** نعتبر المتتالية $V\_{n}=4×3^{n}$

نلاحظ أن $q=3$ و $3>1$ إذن المتتالية $V\_{n}$ متزايدة.

**إتجاه تغير متتالية حسابية**

* إذا كان الأساس $r>0$ فإن المتتالية متزايدة.
* إذا كان الأساس $r<0$ فإن المتتالية متناقصة.

**مثال 01 :** نعتبر المتتالية $U\_{n}=5-3n$

نلاحظ أن $r=-3$ و $-3<0$ إذن المتتالية $U\_{n}$ متناقصة.

**مثال 02:** نعتبر المتتالية $V\_{n}=4+2n$

نلاحظ أن $r=+2$ و $+2>0$ إذن المتتالية $V\_{n}$ متزايدة.

**مثال:** نعتبر المتتالية

 $U\_{n+1}=U\_{n}+2$

نطبق القانون : $U\_{n+1}-U\_{n}=\left(U\_{n}+2\right)-U\_{n}=2>0$

ومنه المتتالية $U\_{n}$ متزايدة.

**إتجاه تغير متتالية بشكل عام**

إذا كان الأساس $U\_{n+1}-U\_{n}>0$ فإن المتتالية متزايدة.

إذا كان الأساس $U\_{n+1}-U\_{n}<0$ فإن المتتالية متناقصة.

إذا كان الأساس $U\_{n+1}-U\_{n}=0$ فإن المتتالية ثابتة.

**حساب مجموع متتالية**

**عدد الحدود** $=$ **الرقم الأخير – الرقم الأول +1**

**مجموع متتالية هندسية**

$$S\_{n}=U\_{0}×\frac{1-q^{الحدود عدد }}{1-q}$$

**مثال :** أحسب المجموع

$$S=U\_{0}+U\_{1}+…+U\_{200}$$

حيث $U\_{n}$ متتالية معرفة ب : $U\_{n}=5×2^{n}$

نلاحظ أن : $U\_{0}=5$ .

عدد الحدود = $200-0+1$ = $201$

$$S=U\_{0}\frac{1-2^{201}}{1-2}=5\left(\frac{1-2^{201}}{-1}\right)$$

$$S=-5\left(1-2^{201}\right)$$

**مجموع متتالية حسابية**

$$S\_{n}=\frac{الحدود عدد}{2}\left(U\_{0}+U\_{n}\right)$$

**مثال :** أحسب المجموع

$$S=U\_{0}+U\_{1}+…+U\_{n}$$

حيث $U\_{n}$ متتالية معرفة ب : $U\_{n}=4-3n$

نلاحظ أن : $U\_{0}=4$ .

عدد الحدود = $n-0+1$ = $n+1$

$$S=\frac{n+1}{2}\left(U\_{0}+U\_{n}\right)=\frac{n+1}{2}\left(4+4-3n\right)$$

$$S=\frac{n+1}{2}\left(8-3n\right)$$